Os números racionais no 2.º ano: Um estudo diagnóstico

Cristina Morais[1], *Raquel Cerca*[2], *Marisa Quaresma*[3], *João Pedro da Ponte*[4]
[1] Externato da Luz, morais.cristina@externatodaluz.com
[2] EB1 de Avelar, raquelcerca@gmail.com
[3] Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, mq@campus.ul.pt
[4] Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, jpponte@ie.ulisboa.pt

Resumo. *Esta comunicação apresenta um estudo diagnóstico cujo objetivo é identificar os conhecimentos dos alunos do 2.º ano sobre números racionais em diferentes representações. Seguindo uma metodologia qualitativa de carácter interpretativo, propusemos tarefas contemplando diferentes representações dos números racionais no significado parte-todo a alunos de duas turmas de duas escolas. Os resultados mostram que os alunos privilegiam a representação em forma de fração que já conhecem de aulas anteriores e alguns deles são capazes de converter corretamente entre representações pictóricas, fracionárias, dízimas e percentagens. Indicam ainda que bastantes alunos têm dificuldades na interpretação e registo de diferentes representações de números racionais, no trabalho com grandezas discretas e no reconhecimento da unidade.*

Abstract. *This communication presents a diagnostic study that aims to identify grade 2 students' knowledge about rational numbers in different representations. Following a qualitative approach, we proposed tasks that included different representations of rational numbers. The tasks were solved by two grade 2 classes from two schools. The results show that the students prefer the fraction representation that they know from previous lessons and that some of them are able to convert among pictorial representations, fractions, decimals and percent. The results also show that a significant number of students has difficulties in interpreting and recording different rational number representations, working with discrete quantities, and in recognizing the unit.*

Palavras-chave: Números racionais; Representações; Grandezas contínuas e discretas; Parte-todo.

Introdução

A aprendizagem dos números racionais constitui um grande desafio tanto para alunos como para professores (Barnett-Clarke, Fisher, Marks, & Ross, 2010; Behr, Lesh, Post, & Silver, 1983). A compreensão dos números racionais implica um entendimento dos seus vários significados bem como o estabelecimento de relações entre as suas diferentes representações, incluindo as linguagens verbal e pictórica, fração, dízima e percentagem. Segundo as orientações curriculares para o 1.º ciclo em vigor em 2012-13 (ME, 2007), ano em que este estudo foi realizado, no 1.º e 2.º ano, o foco é dado aos números representados na forma de fração, nos significados parte-todo (significado principal) e operador (significado secundário), considerando-se grandezas contínuas e

Martinho, M. H., Tomás Ferreira, R. A., Boavida, A. M., & Menezes, L. (Eds.) (2014).
Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática. Braga: APM., pp. 91–109

discretas. No 3.º e 4.º anos é abordado o significado quociente de fração e são trabalhados os números racionais na sua representação decimal. A representação em percentagem não constitui um objetivo do tópico Números e Operações, mas é aqui sublinhada a sua importância para o estabelecimento de relações entre diferentes representações de número racional.

Tendo em conta a complexidade a este tema, decidimos realizar um estudo de carácter diagnóstico, no 2.º ano, onde a abordagem aos números racionais tem ainda um carácter vincadamente informal. O estudo tem como objetivo identificar os conhecimentos que alunos deste ano revelam sobre os números racionais, nas suas diferentes representações, para apoiar os professores no ensino deste tema e também para preparar futuros estudos neste campo. Assim, procuramos responder às seguintes questões:

1. Que representações privilegiam os alunos na resolução de questões que envolvem a conversão de uma representação pictórica para uma representação simbólica de número racional?
2. Que dificuldades revelam na resolução de questões de conversão entre diferentes representações de números racionais?

Representações e significados de número racional

Um número racional pode assumir diferentes representações, nomeadamente fração, dízima, percentagem, diagrama, etc. Assim, um número racional pode representar-se como o quociente de dois números inteiros, por exemplo na forma de fração $\frac{a}{b}$, em que a e b são números inteiros *e* b *é* diferente de zero. Um número racional pode representar-se como dízima. Para além disso, um número racional pode também assumir a forma de percentagem, uma representação bastante familiar dos alunos ainda antes da sua aprendizagem na escola, uma vez que estão presentes no seu dia-a-dia.

Webb, Boswinkel e Dekker (2008) distinguem entre representações informais, preformais e formais de um conceito matemático. Estes autores apresentam um modelo a que chamam de "icebergue", em cuja base colocam as representações informais (diretamente relacionadas com o contexto), e mais acima as representações preformais que podem resultar da evolução das primeiras. Assentes nas representações informais e preformais surgem, no topo do icebergue, as representações formais ou simbólicas. Este modelo destaca portanto a importância das representações informais e preformais para a compreensão das representações formais.

Assim, para além das representações simbólicas (fração, dízima, percentagem), outras representações de número racional como a verbal e a pictórica assumem um papel igualmente importante. A representação verbal está sempre presente, pois todas as outras representações (incluindo as simbólicas) têm uma expressão verbal. Pelo seu lado, as representações pictóricas (que podem estar ou não presentes) distinguem-se pelo seu cunho semiformal, que facilita a interpretação dos alunos (Ponte & Quaresma, 2011). Na aprendizagem dos números racionais é muito importante que o aluno seja capaz de estabelecer conexões entre diferentes representações.

Independentemente da representação que um número racional assuma, a sua interpretação depende da unidade considerada (Barnett-Clarke et al., 2010; Monteiro & Pinto, 2005). Veja-se o seguinte exemplo: "O que é preferível: ter metade da mesada do Pedro ou um quarto da mesada da Joana?". Não é possível dar uma resposta à questão colocada comparando apenas $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{4}$, pois é necessário colocar uma questão fundamental: "Qual o valor da mesada de cada um?".

A unidade considerada pode ser de natureza contínua ou discreta. Uma grandeza contínua como um bolo ou o comprimento de um objeto, pode ser dividida infinitamente. Uma grandeza discreta é constituída por elementos que se podem contar, mas são indivisíveis, como o número de berlindes ou o número de crianças de uma turma. É importante que ambos os tipos de grandeza sejam abordadas no ensino, uma vez que este aspeto pode constituir um obstáculo à aprendizagem das crianças que, por vezes, tendem a olhar as partes que constituem uma unidade contínua, por exemplo, vendo as fatias de uma pizza como seis partes de pizza individuais, como se de uma grandeza discreta se tratasse (Carpenter, Fennema, & Romberg, 1993).

Os números racionais podem assumir diferentes significados: parte-todo, medida, quociente e operador. Na tarefa apresentada nesta comunicação, o significado parte-todo tem um papel central. Quando um número racional tem este significado, representa a comparação entre o número de partes consideradas e o número total de partes que constituem o todo. Note-se que a abordagem em sala de aula dos diferentes significados não tem de ser realizada de modo isolado. Para que se compreendam os números racionais, é necessário tanto compreender cada significado separadamente como entender como estes significados se interrelacionam (Behr et al., 1983; Lamon, 2007).

São vários os estudos que evidenciam dificuldades dos alunos na aprendizagem dos números racionais na sua representação em fração (e.g., Behr et al., 1983; Keijzer, 2003) e em dízima. Estes estudos mostram que várias dificuldades estão intimamente relacionadas com a utilização de conhecimentos relativos aos números naturais (com o zero) nos números racionais (e.g., Resnick et al., 1989). Existem também estudos que sugerem uma abordagem diferente aos números racionais, iniciando a sua aprendizagem pela representação em percentagem (Moss & Case, 1999).

Metodologia

Tendo em conta o objetivo do estudo, seguimos uma abordagem qualitativa, de cunho interpretativo. O estudo foi realizado em duas turmas do 2.º ano de duas escolas diferentes, uma de ensino particular e localizada na freguesia de Benfica, concelho de Lisboa e outra de ensino público e situada na freguesia de Avelar, concelho de Ansião, no distrito de Leiria. A turma da escola de ensino particular (Turma C) é constituída por 25 alunos e nela os números racionais foram inicialmente abordados no seu significado parte-todo, na representação em fração. A turma da escola de ensino público (Turma R) é constituída por 15 alunos e iniciou o seu estudo de números racionais pela representação em fração, no significado parte-todo.

Foi elaborado um conjunto de seis tarefas, cuja planificação teve como base as orientações curriculares para os 3.º e 4.º anos e os objetivos definidos para os 1.º e 2.º anos (ME, 2007). As tarefas foram realizadas pelos alunos em duas aulas de 90 minutos, realizadas em duas semanas. Estas aulas foram organizadas em três momentos: (i) apresentação da tarefa; (ii) resolução da tarefa a pares; e (iii) discussão coletiva da resolução da tarefa. Na Turma R, as aulas foram lecionadas pela segunda autora. Na Turma C, a professora titular da turma pediu à primeira autora que dinamizasse a discussão coletiva, pois queria garantir que os diversos aspetos das tarefas fossem discutidos em grande grupo.

Nesta comunicação consideramos apenas uma tarefa (Figura 1) constituída por duas questões, cada uma com seis alíneas.

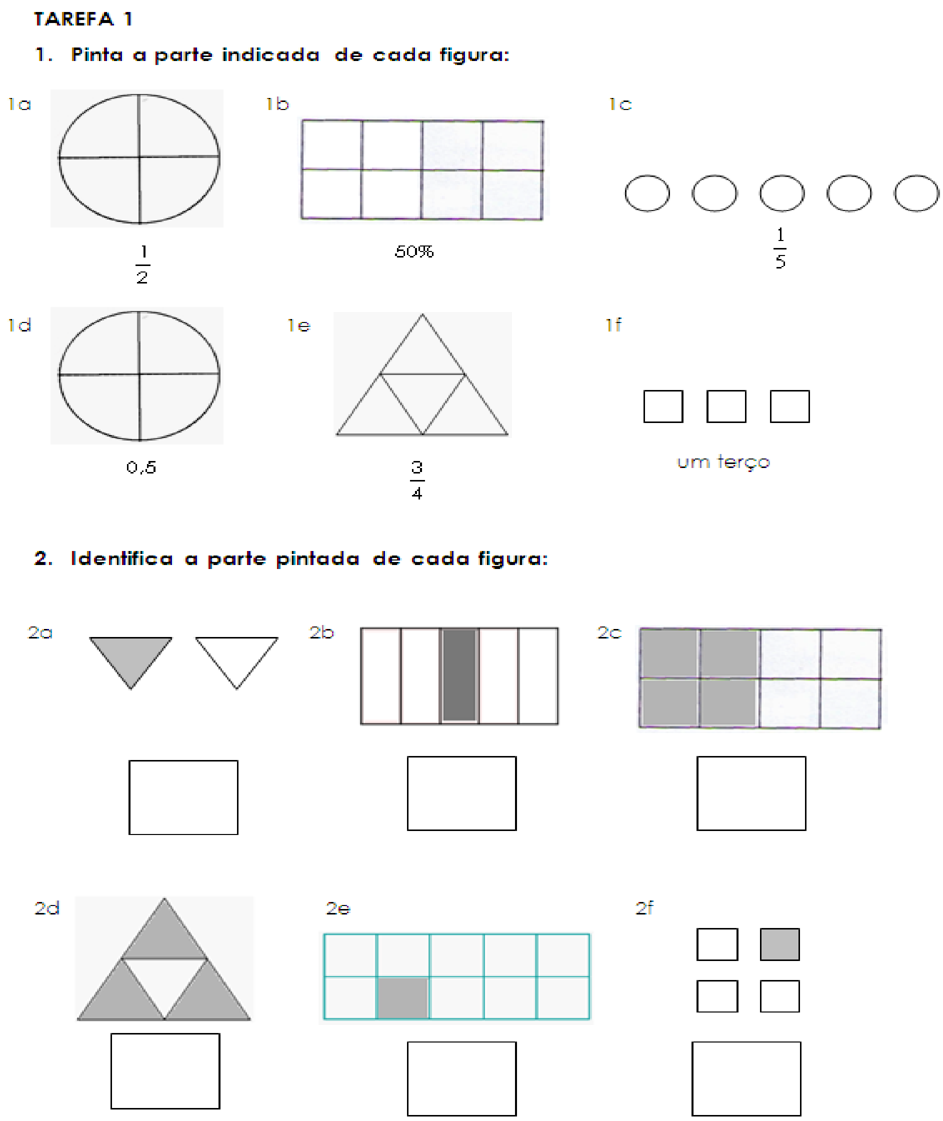


Figura 1. Enunciado da Tarefa 1

A Questão 1 pretendia que os alunos interpretassem os números racionais representados em forma de fração, dízima, percentagem e linguagem natural e que os conseguissem converter para a representação pictórica. A Questão 2 apresentava a representação pictórica de diferentes números racionais e pedia que os alunos as convertessem para outro tipo de representação, em linguagem natural, fração, dízima ou percentagem.

Para a análise de dados, a gravação vídeo da aula em que a tarefa 1 foi realizada foi transcrita, complementando-se com dados recolhidos através da gravação áudio, das notas de campo e das fotografias do trabalho realizado pelos alunos. Analisamos as resoluções de algumas alíneas dos alunos de ambas as turmas, procurando destacar os conhecimentos que parecem revelar sobre números racionais.

Análise da resolução da Tarefa 1

Apresentamos de seguida a análise das alíneas selecionadas em cada uma das questões que nos parecem mais relevantes tendo em conta as questões do estudo.

Alínea 1c

Os alunos deviam interpretar a representação simbólica $\frac{1}{5}$ e pintar a parte indicada de cinco círculos (grandeza discreta). O Quadro 1 apresenta os resultados globais de ambas as turmas.

Quadro 1. Respostas à questão 1c

1c Pintar a parte indicada $\frac{1}{5}$				
	Respostas corretas		Respostas incorretas	
Turma C	Freq. absoluta	Freq. relativa	Freq. absoluta	Freq. relativa
	16	67%	8	33%
	Respostas: (16 alunos)		Respostas: (7 alunos) (1 aluno)	
Turma R	Freq. absoluta	Freq. relativa	Freq. absoluta	Freq. relativa
	15	100%	0	0%
	Respostas: (10 alunos) (3 alunos) (1 aluno) (1 aluno)			

Vários alunos da Turma C pintaram metade dos círculos, ou seja, dois círculos e meio, o que foi discutido em grande grupo:

Luísa - Pintámos duas bolas inteiras e uma metade.

Investigadora - E porquê?

Luísa - Porque… (*A aluna não responde*.)

Rute - Eu agora, eu agora já percebi. É que isso está cinco unidades e tem de se fazer a metade então…

Investigadora - Porque é que tem de se fazer a metade?

Rute - Pensei que tinha de fazer a metade.

Investigadora - Porquê? (*A aluna não responde*.) Por causa disto? $\left[\frac{1}{5}\right]$ (*A aluna acena que sim com a cabeça*) Isto é a mesma coisa que ter a metade?

Rita - Não.

Investigadora - Se fosse para pintar a metade o que deveria estar aqui escrito em vez disto?

Rute - Um sobre dois.

No momento de discussão coletiva, Jorge tentou explicar que os cinco círculos constituíam de facto de uma única unidade:

> Vou tentar explicar. Se temos… Temos que imaginar que temos uma unidade inteira e vamos dividi-la em cinco partes. Se temos cinco partes iguais… Qual é o número a dividir por cinco… Que vai dar…

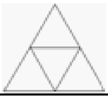
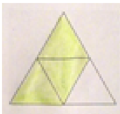
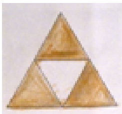
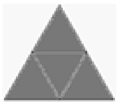
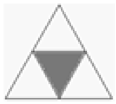
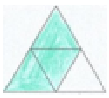
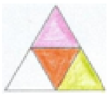
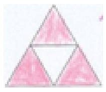
Apesar de não ter conseguido completar a sua explicação, o aluno revela compreender os cinco círculos enquanto uma unidade e não como cinco unidades distintas.

Nesta alínea, foi notória a dificuldade dos alunos da Turma C em pintar $\frac{1}{5}$ dos cinco círculos. Isso pode dever-se ao facto de ser apresentada uma grandeza discreta, uma vez que esta fração unitária já tinha sido abordada na aula. Além disso, em ambas as alíneas anteriores pediam aos alunos que pintassem a metade de cada figura, o que pode tê-los induzido em erro, pensando que também nesta figura teriam que pintar metade. Na Turma R os alunos não demonstraram qualquer dificuldade. Como diz Marta: “Tínhamos que dividir em 5 partes iguais e depois íamos ver em cada parte quanto é que pintávamos”. Ao contrário da Turma C, os alunos da Turma R reconheceram que um círculo representaria $\frac{1}{5}$ dos cinco círculos.

Alínea 1e

Era pedido aos alunos que pintassem $\frac{3}{4}$ de uma figura que estava dividida em quatro partes iguais (ver Quadro 2).

Quadro 2. Respostas à questão 1e

<table>
<tr><td colspan="5">1e
Pintar a parte indicada  $\frac{3}{4}$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Turma C</td><td colspan="2">Respostas corretas</td><td colspan="2">Respostas incorretas</td></tr>
<tr><td>Freq. absoluta</td><td>Freq. relativa</td><td>Freq. absoluta</td><td>Freq. relativa</td></tr>
<tr><td>21</td><td>88%</td><td>3</td><td>12%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Respostas:
 </td><td colspan="2">Respostas:
 
(2 alunos) (1 aluno)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Turma R</td><td>Freq. absoluta</td><td>Freq. relativa</td><td>Freq. absoluta</td><td>Freq. relativa</td></tr>
<tr><td>15%</td><td>100%</td><td>0%</td><td>0%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Respostas:
 (9 alunos)  (2 alunos)
 (2 alunos)  (2 alunos)</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Na Turma C, apesar da maioria dos alunos ter pintado corretamente a parte indicada, para alguns deles não foi imediato o que significava a fração apresentada, uma vez que esta ainda não tinha sido abordada na sala de aula:

> Gonçalo *(questionando a Investigadora)* - Isto aqui $\left[\frac{3}{4}\right]$ é a terça parte?
>
> (…)
> Hugo - Três em quatro. Três sobre quatro.
> Catarina - Três sobre quatro. O que é que pintamos?
> Hugo - É que eu nunca fiz uma coisa destas!

No entanto, rapidamente os alunos compreenderam que teriam de pintar três partes da figura que estava dividida em quatro:

> António - Ah, já sei o que é para fazer aqui! Só pintamos três de quatro. Só pintamos três de quatro triângulos!

Outro aluno interpreta a fração do seguinte modo:

> Jorge - Três quartos é três a dividir por quatro.
> Investigadora - Três a dividir por quatro, é isso…

Jorge - Ao contrário era quatro a dividir por três, mas é diferente.
Investigadora - Então como é que poderás pintar isto? O que significa isto?
Jorge - Acho que deixamos em branco a parte que falta para o quatro.

É de realçar que esta questão pedia aos alunos para pintar a parte indicada pelo número racional apresentado. Assim, a fração $\frac{3}{4}$ tem o significado parte-todo. Contudo, Jorge parece atribuir a esta fração o significado quociente, o que dificulta a resolução desta alínea.

Na Turma R, os alunos conseguiram facilmente identificar a parte que teriam de pintar:

Investigadora - Ricardo ajuda a tua colega. Ela está a dizer que pintou três triângulos.

Tomás – Porque é três quartos.

Ricardo – Porque temos três quartos.

Gustavo – Está bem professora!

Investigadora – Está bem porquê?

Ricardo – Se eu deixar um fica três. Os três pintados. E se eu pintar estes todos fica quatro. E assim tem que ficar um quarto.

(...)

Catarina – Pintámos três porque diz para pintarmos três partes. Estão quatro triângulos e dizem que dos quatro para pintarmos três.

Investigadora – OK. Marta diz.

Marta – Diz aqui para pintarmos três quartos, mas como isto já está dividido em quatro partes é só pintar três.

Os alunos de ambas as turmas demonstram alguma facilidade em identificar que parte da unidade pintam, que neste caso era contínua. Contudo, como se pode perceber pelo comentário de Catarina da Turma R (“Estão quatro triângulos e dizem que dos quatro para pintarmos três”) ou pelo de António da Turma C (“Só pintamos três de quatro triângulos!”), alguns alunos parecem olhar para a figura apresentada não como uma unidade dividida em quatro partes iguais (como Marta, da Turma R, pareceu ter compreendido), mas sim como uma figura constituída por quatro unidades distintas.

Repare-se ainda nas representações verbais de $\frac{3}{4}$ produzidas pelos alunos, particularmente no caso da Turma C, durante a resolução desta alínea: “três quartos”, “três em quatro”, “três de quatro”, “três sobre quatro” e “três a dividir por quatro”. Estas representações expressam, de algum modo, o entendimento dos alunos sobre o número racional representado. As representações "três em quatro", "três de quatro" e "três quartos", parecem sugerir um entendimento do racional no significado parte-todo, relacionando-se as partes tomadas com o todo, o que é natural tendo em conta a natureza da tarefa. Já as representações "três sobre quatro" e "três a dividir por quatro" parecem relacionar-se com a representação simbólica do número racional, a primeira associada apenas ao modo de escrita da fração (numerador sobre denominador) e a segunda demonstrando o reconhecimento da operação de divisão, identificada pelo traço de fração.

Alínea 2c

Era apresentado um retângulo dividido em oito partes iguais, estando metade da figura pintada. No Quadro 3 apresentamos as respostas dos alunos de ambas as turmas.

Quadro 3. Respostas à questão 2c

<table>
<tr><td colspan="5">2. c
Identificar a parte indicada na figura </td></tr>
<tr><td rowspan="4">Turma C</td><td colspan="2">Respostas corretas</td><td colspan="2">Respostas incorretas</td></tr>
<tr><td>Freq. absoluta</td><td>Freq. relativa</td><td>Freq. absoluta</td><td>Freq. relativa</td></tr>
<tr><td>22</td><td>92%</td><td>2</td><td>8%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Respostas:
50% (13 alunos); $\frac{1}{2}$ (6 alunos); 0,5 (2 alunos); $\frac{4}{8}$ (1 aluno)</td><td colspan="2">Respostas:
$\frac{1}{4}$ (1 aluno); 1 (1 aluno)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Turma R</td><td>Freq. absoluta</td><td>Freq. relativa</td><td>Freq. absoluta</td><td>Freq. relativa</td></tr>
<tr><td>13</td><td>87%</td><td>2</td><td>13%</td></tr>
<tr><td colspan="2">Respostas:
(10 alunos) (3 alunos)
67% 20%
$\frac{4}{8}$ $\frac{1}{2}$</td><td colspan="2">Respostas:
(2 alunos)
$\frac{1}{4}$</td></tr>
</table>

Na Turma C foi com facilidade que os alunos identificaram que a parte pintada podia ser representada por $\frac{1}{2}$ ou por 50%, existindo ainda dois alunos que registaram 0,5.

Apenas um aluno identificou a parte pintada como $\frac{4}{8}$, o que causou a surpresa dos colegas:

> Mário - Quatro sobre oito.
>
> (*Grande admiração dos colegas*.)
>
> Investigadora - Onde foste buscar isso? Pensem lá onde é que ele foi buscar isto.
>
> Alguns alunos - Eu sei!
>
> Professora - Diz lá Rute, como é que achas que o Mário pensou?
>
> Rute - Porque estão quatro pintados…
>
> Investigadora - Em quantos?
>
> Rute (*e outros colegas*) - Em oito.
>
> Afonso - Quatro oitavos.

O facto de os alunos da turma terem ficado bastante surpresos com a fração identificada por Mário sugere que não estão habituados a identificar frações, para além das frações unitárias como $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$.

Maria identificou a parte pintada como "1" uma vez que existia uma parte pintada, ou seja, não considerou a parte enquanto constituinte de uma unidade: "Eu pensei… na imagem só estava uma pintada, então pus um".

Ao contrário do que se verificou na Turma C, a maioria dos alunos da Turma R identificou a parte pintada através da representação $\frac{4}{8}$, contando o total de quadrados e identificando os que estavam pintados. Os restantes alunos que identificaram corretamente a parte pintada representaram também na representação em forma de fração, $\frac{1}{2}$, conseguindo perceber que estas duas frações eram equivalentes:

> Investigadora – Pedro, e a próxima, quanto é que tu puseste?
>
> Pedro – Quatro sobre oito.
>
> Maria – Professora, quatro sobre oito ou um meio porque quatro é metade de oito.

Verificamos que a aluna generaliza que todas as frações cujo numerador seja metade do denominador são equivalentes a um meio. Isto é bastante interessante pois trata-se de uma generalização assente em conhecimentos de carácter informal realizada no 2.º ano.

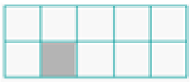
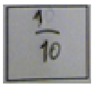
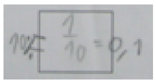
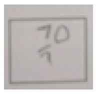
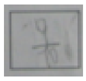
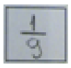
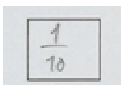
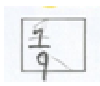
Dois alunos da Turma R que trabalharam em conjunto e um da Turma C registaram $\frac{1}{4}$.

Possivelmente terão associado os quatro quadrados pintados da figura à noção de "quartos".

Alínea 2e

Era pedido que os alunos que identificassem uma parte das dez partes iguais do retângulo apresentado, o que suscitou uma variedade de respostas (Quadro 4).

Quadro 4. Respostas à questão 2e

2e Identificar a parte indicada na figura 				
	Respostas corretas		**Respostas incorretas**	
Turma C	**Freq. absoluta**	**Freq. relativa**	**Freq. absoluta**	**Freq. relativa**
	18	75%	6	25%
	Respostas:  (16 alunos);  (1 aluno);  (1 aluno)		*Respostas:*  (4 alunos);  (1 aluno);  (1 aluno)	
Turma R	**Freq. absoluta**	**Freq. relativa**	**Freq. absoluta**	**Freq. relativa**
	14	93%	1	7%
	Respostas: (13 alunos) 		*Respostas:* (1 alunos) 	

Vários alunos da Turma C identificaram que a parte pintada correspondia a $\frac{1}{10}$ e um aluno identificou também esta parte em percentagem:

> Guilherme: 10%.
>
> Investigadora: 10%? Porquê 10%?
>
> Guilherme: Porque depois temos que somar àqueles. Cada quadrado vale 10%. 10 mais 10, mais 10, mais 10…

Investigadora: (*interrompendo o aluno*) - Quantas vezes o 10?

Guilherme: 10.

Um aluno da Turma C revelou ser capaz de estabelecer a relação entre percentagem, fração e dízimas, revelando conhecimentos relativos às dízimas surpreendentes, uma vez que estes ainda não tinham sido trabalhados formalmente:

Manuel - É zero vírgula um porque é a décima parte de todo o retângulo grande. A décima está pintada e a décima parte do um é zero vírgula um.

Investigadora - E como sabes que é zero vírgula um?

Manuel - Porque dez vezes zero vírgula um é igual a um.

No entanto, vários alunos não conseguiram relacionar a parte pintada com a unidade, ou seja, não conseguiram atribuir o significado correto ao numerador e ao denominador (no caso da representação em fração):

Dinis - Nove sobre dez.

Investigadora - Porquê 9 sobre 10?

Dinis - Porque são 10 quadrados e de 10 nós só pintámos um, 10 menos um é 9.

Todos os alunos da Turma R utilizaram a representação em forma de fração. Nesta alínea, a maioria dos alunos contou o total de quadrados e viu que apenas um estava pintado. Um aluno desta Turma registou $\frac{1}{9}$ como a fração que representava a parte pintada da figura:

Investigadora – Gustavo que fração é que puseste? Quantos quadrados são ao todo?

Gustavo – 10.

Investigadora – E tu puseste em baixo o quê?

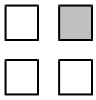
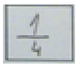
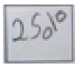
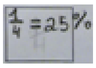
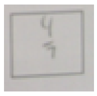
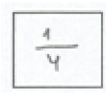
Gustavo – 9.

Um aluno da Turma C também registou $\frac{1}{9}$ como a sua resposta. Levantamos a hipótese de ambos os alunos terem reconhecido que uma parte da figura estava pintada e nove estavam em branco, e por isso o registo $\frac{1}{9}$, como se de uma razão se tratasse.

Alínea 2f

Era pedido que identificassem a parte pintada dos quatro quadrados apresentados. Apresentamos as respostas dos alunos no Quadro 5.

Quadro 5. Respostas à questão 2f

2f Identificar a parte indicada na figura 				
Turma C	**Respostas corretas**		**Respostas incorretas**	
	Freq. absoluta	**Freq. relativa**	**Freq. absoluta**	**Freq. relativa**
	20	83%	4	17%
	Respostas:  (18 alunos);  (1 aluno);  (1 aluno)		*Respostas:*  (3 alunos); $\frac{4}{3}$ (1 aluno)	
Turma R	**Freq. absoluta**	**Freq. relativa**	**Freq. absoluta**	**Freq. relativa**
	15	100%	0	0%
	Respostas: (15 alunos) 			

Na Turma C os alunos identificaram a parte pintada como $\frac{1}{4}$ ou 25%. De novo, os alunos desta Turma revelam alguma facilidade no trabalho com percentagens, relacionando-as com outras representações, como se observa pela explicação de um aluno:

> Diogo - 25 por cento.
>
> Investigadora - Porquê?
>
> Diogo - Se a quarta parte de 100 é 25, e se isso é a quarta parte, então dividi 100 por cento em quatro partes.

As respostas incorretas dos alunos parecem dever-se à dificuldade em relacionar a parte pintada da figura, com a unidade, que aqui é de natureza discreta, facto que a professora da turma parece reconhecer, no seu comentário final:

Catarina - Nós antes tínhamos feito quatro sobre um.

Investigadora - Porquê?

Catarina - Porque de quatro pintamos só um.

(…)

Professora - São outras representações que não estamos habituados a fazer. E daí essas dúvidas. Nós estamos habituados a ver o círculo ou o retângulo... Quando vemos separado, isto (*circunda os quatro quadrados*) significa à mesma a unidade. Não se esqueçam, é a unidade, é como se fosse um bolo.

Os alunos da Turma R não tiveram qualquer dificuldade em identificar $\frac{1}{4}$ dos quatro quadrados:

Tomás – Ali estão quatro e pintámos um que é um quarto. São quatro quadradinhos e pintámos um.

À semelhança do que aconteceu na alínea 1c, o facto de se apresentar uma grandeza discreta não causou qualquer dificuldade aos alunos da Turma R que, com facilidade, reconhecem toda a figura como a unidade.

Respostas corretas e incorretas

Os Quadros 6 e 7 apresentam uma síntese das respostas dos alunos de ambas as turmas, das alíneas das Questões 1 e 2 da tarefa em análise. Estes quadros ajudam a compreender as dificuldades dos alunos nas diversas alíneas. Recorde-se que a primeira questão pedia uma conversão de diferentes representações de número racional para a representação pictórica e a segunda questão pretendia que os alunos convertessem a representação pictórica noutro tipo de representação.

Repare-se na diferença das respostas corretas entre as turmas nas alíneas 1b e 1d da Questão 1 que apresentavam representações de número racional em percentagem e em dízima. Apenas na Turma R um aluno deu uma resposta correta a uma das questões. Embora estas alíneas não tenham sido aqui analisadas em detalhe, importa referir que na alínea 1b, que pedia aos alunos que pintassem 50% da figura, estes pintaram cinco partes da figura (que se encontrava dividida em dez partes iguais) e na alínea 1d, ao ser pedido para pintar 0,5, os alunos pintaram toda a figura, três quartos da figura ou dividiram a figura dada em mais partes de modo a pintarem cinco partes.

Quadro 6. Respostas dos alunos a alíneas da Questão 1, da Tarefa 1

	Turma C				Turma R				Total de alunos			
	Respostas Corretas		Respostas Incorretas		Respostas Corretas		Respostas Incorretas		Respostas Corretas		Respostas Incorretas	
	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Alínea a	24	100%	0	0%	14	93%	1	7%	**38**	**97%**	**1**	**3%**
Alínea b	24	100%	0	0%	1	7%	14	93%	**25**	**64%**	**14**	**36%**
Alínea c	16	67%	8	33%	15	100%	0	0%	**31**	**79%**	**8**	**21%**
Alínea d	21	88%	3	12%	0	0%	15	100%	**21**	**54%**	**18**	**46%**
Alínea e	21	88%	3	12%	15	100%	0	0%	**36**	**92%**	**3**	**8%**
Alínea f	20	83%	4	17%	15	100%	0	0%	**35**	**90%**	**4**	**10%**
Total	81	84%	15	16%	59	98%	1	2%	**140**	**90%**	**16**	**10%**

Quadro 7. Respostas dos alunos às alíneas da Questão 2, da Tarefa 1

	Turma C				Turma R				Total de alunos			
	Respostas Corretas		Respostas Incorretas		Respostas Corretas		Respostas Incorretas		Respostas Corretas		Respostas Incorretas	
	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Frequência Absoluta	Frequência Relativa	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Alínea a	22	92%	2	8%	14	93%	1	7%	**36**	**92%**	**3**	**8%**
Alínea b	18	75%	6	25%	15	100%	0	0%	**33**	**85%**	**6**	**5%**
Alínea c	22	92%	2	8%	13	87%	2	13%	**35**	**90%**	**4**	**10%**
Alínea d	21	88%	3	12%	14	93%	1	7%	**35**	**90%**	**4**	**10%**
Alínea e	18	75%	6	25%	14	93%	1	7%	**32**	**82%**	**7**	**18%**
Alínea f	20	83%	4	17%	15	100%	0	0%	**35**	**90%**	**4**	**10%**
Total	121	84%	23	16%	85	94%	5	6%	**206**	**88%**	**28**	**12%**

Como se pode observar quer pela percentagem de respostas corretas por turma, quer pela percentagem total das respostas corretas, não existe uma diferença significativa dos resultados obtidos nas duas questões da tarefa, o que sugere que os alunos têm facilidade idêntica em ambos os tipos de tarefa.

Na Turma R, o facto de os alunos terem resolvido de modo incorreto às alíneas 1b e 1d da Questão 1 (ver Quadro 6), alíneas em que lhes eram apresentadas as representações em percentagem e em dízima pode ter a ver com o facto de ter sido abordada na aula apenas a representação em fração.

Conclusão

Com este estudo procuramos compreender que conhecimentos revelam alunos do 2.º ano sobre números racionais representados na forma de fração, dízima, representação pictórica e percentagem em questões envolvendo números racionais no significado parte-todo. Relativamente às representações que os alunos privilegiam na resolução de questões que envolvem a conversão de uma representação pictórica para uma representação simbólica (questão 1 do estudo), os resultados mostram que os alunos da Turma R privilegiam a representação em fração, o que é natural uma vez que esta foi a única representação anteriormente abordada na aula. Na Turma C, embora tenha sido igualmente privilegiada a representação em forma de fração, também foram utilizadas as representações em percentagem (50% e 25%) e dízima (0,5 e 0,2).

Focando agora a questão 2 do estudo, na resolução desta tarefa as principais dificuldades dos alunos estão associadas: (i) à interpretação e registo de diferentes representações de números racionais; (ii) à natureza das grandezas (contínuas e discretas); e (iii) ao reconhecimento da unidade. Os alunos demonstraram dificuldade em compreender o significado da representação decimal de números racionais e também da sua representação na forma de fração própria não unitária. Note-se que, na Turma C, a fração $\frac{3}{4}$ nunca tinha sido abordada em sala de aula; no entanto, os alunos revelaram compreender esta fração no significado parte-todo, reconhecendo que teriam de pintar 3 em 4 partes. O próprio registo de uma representação específica, a fração, suscitou algumas dúvidas por parte dos alunos.

Nota-se ainda que vários alunos de ambas as turmas revelam dificuldade no reconhecimento da unidade, parecendo identificar as partes que constituem a unidade apresentada como unidades distintas, ou seja, não as reconhecem como partes constituintes de uma única unidade (tal como Carpenter et al., 1993). Além disso, as resoluções dos alunos da Turma C mostram que a natureza das grandezas apresentadas teve influência nas respostas. Comparando a percentagem de respostas corretas dos alunos em questões que envolvem grandezas contínuas e grandezas discretas (alíneas 1c e 1f), é notório que as questões envolvendo grandezas discretas assumem maior dificuldade. Estes resultados estão de acordo com o que referem Monteiro e Pinto (2005), que alertam para o facto de a natureza das grandezas poder influenciar a compreensão dos alunos sobre o conceito de unidade. No entanto, os alunos da Turma R não revelaram qualquer dificuldade nas questões que envolviam grandezas discretas, tendo todos eles resolvido de modo correto estas alíneas. Isto evidencia a necessidade da exploração de grandezas contínuas e discretas na abordagem dos números racionais.

A análise da resolução das questões e dos Quadros 6 e 7 evidencia diferenças nas resoluções entre ambas as turmas. Os alunos da Turma C revelam alguma facilidade no trabalho com frações unitárias e alguns conhecimentos, ainda que superficiais, de dízimas e percentagens, representações que já tinham sido abordadas em sala de aula. Demonstram facilidade na resolução de questões envolvendo grandezas contínuas, mas o mesmo não se verifica com grandezas discretas que, até ao momento da realização do estudo, tinham sido pouco abordadas. Revelam também dificuldade na interpretação de frações próprias não unitárias que não tinham sido ainda trabalhadas em sala de aula. Os alunos da Turma R revelam facilidade no trabalho com frações próprias (unitárias e não unitárias) e na resolução de questões com grandezas contínuas ou discretas. Por outro lado, apresentam dificuldade na interpretação e resolução de questões envolvendo dízimas ou percentagens, representações que ainda não tinham sido trabalhadas em sala de aula.

Este estudo diagnóstico sugere diversas implicações para a prática de professores e também para a investigação sobre o ensino e aprendizagem dos números racionais. O percurso realizado em cada turma, diferente na valorização de alguns aspetos, teve claro reflexo nos resultados dos alunos, o que evidencia a necessidade de preparar uma abordagem aos números racionais compreendendo a complexidade dos conceitos envolvidos, bem como valorizar os conhecimentos informais que os alunos têm sobre estes números. Os resultados deste estudo podem ter também um papel importante em investigações que tenham como objetivo o estudo dos processos de aprendizagem dos números racionais por alunos do 1.º ciclo, ajudando a compreender os conhecimentos formais e informais que alguns alunos do 2.º ano revelam relativamente aos números racionais.

Referências bibliográficas

Barnett-Clarke, C., Fisher, W., Marks, R., & Ross, S. (2010). *Developing essential understanding of rational number: Grades 3-5*. Reston, VA: NCTM.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 91-125). New York, NY: Academic Press.

Carpenter, T. P., Fennema, E., & Romberg, T. A. (1993). Toward a unified discipline of scientific inquiry. In T. Carpenter, E. Fennema & T. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 1-11). Hillsdale, NJ: Laurence Erlbaum.

Keijzer, R. (2003). *Teaching formal mathematics in primary education* (Tese de doutoramento). Universidade Livre de Amsterdão, Amsterdão.

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Reston, VA: NCTM.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação: DGIDC.

Monteiro, C., & Pinto, H. (2005). A aprendizagem dos números racionais. *Quadrante*, *14*(1), 89-108.

Monteiro, C., Lobo, E., Veloso, G., Sousa, H., Moura, I., & Ribeiro, S. (2006). *Cadeia de tarefas para o ensino dos decimais*. Programa de Formação Contínua em Matemática para professores do 1º ciclo - ESE Lisboa.

Moss, J., & Case, R. (1999). Developing children's understanding of the rational numbers: A new model and an experimental curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(2), 122-147.

Ponte, J. P., & Quaresma, M. (2011). Abordagem exploratória com representações múltiplas na aprendizagem dos números racionais: Um estudo de desenvolvimento curricular. *Quadrante, 20*(1), 53-81.

Resnick, L. B., Nesher, P., Leonard, F., Magone, M., Omanson, S., & Peled, I. (1989). Conceptual bases of arithmetic errors: The case of decimal fractions. *Journal for Research in Mathematics Education, 20*(1), 8-27.

Webb, D. C., Boswinkel, N., & Dekker, T. (2008). Beneath the tip of the iceberg. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *14*(2), 110-113.