

# Os erros “comuns” dos alunos como eixo detonador para uma reflexão sobre a prática do professor de matemática

*Leticia Sosa Guerrero*<sup>1,3</sup>, *José Luis Huitrado Rizo*<sup>2</sup>, *C. Miguel Ribeiro*<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Universidade Autónoma de Zacatecas (México), lsosa19@hotmail.com

<sup>2</sup>Secretaria de Educação do Estado de Zacatecas (México), jlhuitrado@gmail.com

<sup>3</sup>Centro de Investigação sobre o Espaço e as Organizações (CIEO), Universidade do Algarve; <sup>4</sup>UNESP, Rio Claro (Brasil), cmribeiro@ualg.pt

**Resumo.** *Neste artigo discutimos alguns aspetos de uma investigação levada a cabo numa formação de professores, e que tem como um dos seus objetivos promover uma discussão e reflexão sobre o papel dos erros dos alunos na prática letiva. Focamo-nos, em particular, num estudo de caso envolvendo uma professora do ensino secundário, e nas suas discussões e reflexões sobre os erros cometidos pelos alunos. Os resultados preliminares salientam a experiência do professor como aprendiz e investigador da sua própria prática ao analisar e refletir sobre os erros dos seus alunos como fonte geradora de uma reflexão em, na e para a ação. Essa reflexão nos erros dos alunos é fonte de enriquecimento do seu conhecimento (e formas) de ensinar para colmatar as dificuldades dos alunos. Além disso, este tipo de trabalho focado na discussão e reflexão sobre os erros dos alunos parece permitir um uso dos erros como fonte de uma aprendizagem efetiva e significativa dos diferentes tópicos abordados.*

**Abstract.** *In this paper we report some aspects of a research in the context of a continuous teachers' training program. Such program had as one of its main goals to discuss and reflect on the role of students' errors in teachers' practices. We focus, particularly, on a secondary teacher's discussions and reflections when analysing students' errors. Preliminary results show evidence that being simultaneously a learner and researcher of his own practice, through analysing students errors, is a generator of reflection in, on and for practice. In addition this work, focused on discussing and reflecting on students' errors seems to allow the use of errors as a source for learning.*

**Palavras-chave:** Erros dos alunos; Reflexão do professor; Conhecimento profissional.

## Introducción

Hoy por hoy podemos percibir que muchas de las veces se subestima el proceso de enseñanza-aprendizaje, sin considerar que el proceso no es sencillo porque en él se fusionan diversos factores complejos (e.g. sociales, culturales, científicos, cognitivos, individuales, grupales, afectivos, contextuales, institucionales y económicos). Asumimos que, para enseñar matemáticas, saber el contenido es una condición necesaria pero no es una condición suficiente, pues existen casos en los que el profesor cuenta con un buen dominio de la matemática pero no es capaz de desarrollar un

proceso adecuado de enseñanza (Sosa, 2011). Más aún, socialmente el profesor tiene la encomienda principal de enseñar y, por consiguiente, es él quien ha de atender profesionalmente las tareas que su labor conlleva y para ello ha de poseer un determinado conocimiento profesional, puesto que uno de los aspectos que caracteriza a los profesionales es disponer de un conocimiento específico para los problemas propios de su labor. Por su parte, Schön (1983) considera que la reflexión es característica de una buena práctica y en su estudio sobre la formación de profesionales reflexivos diferencia dos tipos de reflexión que pueden ocurrir y que determinan el conocimiento profesional del profesor: reflexión en la acción y reflexión sobre la acción.

En este sentido, es fundamental tanto un entendimiento como una comprensión más amplia (pero profunda) sobre el conocimiento profesional del profesor, en todas sus dimensiones, sobre el rol de su reflexión en la forma como encara (y podrá empezar a encarar) el proceso de enseñanza, su papel y el de los alumnos. Una de las tareas de enseñanza (Ball, Thames, & Phelps, 2008) que todos los profesores deberían desarrollar, y que debería implicar aspectos de su conocimiento profesional (si pretenden que los alumnos entiendan lo que hacen y porqué), corresponde a atribuir sentido a las resoluciones y sus alumnos. Así, además de identificar los errores de los alumnos, en cada uno de los contenidos matemáticos que le corresponde abordar en un determinado nivel, el profesor deberá entenderlos, de manera que pueda proporcionar una retroalimentación (Santos & Pinto, 2009) que contribuya a que los alumnos puedan ir construyendo efectivamente una red de nociones y conceptos matemáticos. Por eso, resulta sumamente importante un análisis de los errores de los alumnos de modo que esos errores puedan asumirse como un punto de partida para aprendizajes matemáticos adecuados y no como un punto de llegada. En esa línea, y tratando de tener una visión y un conocimiento más amplio sobre los factores que potencien un entendimiento por parte del profesor sobre los motivos que conducen a esos errores, nos interesa enfocarnos en la siguiente cuestión: ¿Qué reflexiones pueden surgir en el profesor de matemáticas acerca de su práctica a partir del análisis de los errores de sus estudiantes?.

En este artículo discutimos y reflexionamos sobre la importancia de identificar, conocer, comprender y atender a los errores comunes de los estudiantes cuando el profesor imparte un determinado contenido (en este caso concreto un contenido de Álgebra). Este foco en los errores de los alumnos pretende también contribuir para generar una reflexión en el profesor respecto a esas problemáticas y en su aprendizaje,

viendo al error como una oportunidad de aprendizaje de los estudiantes y con miras a enriquecer su propio conocimiento profesional.

### **Fundamentos teóricos**

Entendemos al error de la siguiente forma: “Hablamos de error cuando el alumno realiza una práctica (acción, argumentación, etc.) que no es válida desde el punto de vista de la institución matemática escolar” (Godino, Batanero, & Font, 2003, p. 69), asumiendo que los errores no aparecen al azar sino que surgen en un marco conceptual consistente, basado sobre conocimientos adquiridos previamente (Abrate, Pochulu, & Vargas, 2006). De acuerdo con Huitrado (2012), a pesar de la atención que se ha dado por parte de la literatura al estudio de los errores de los estudiantes en el aprendizaje de las matemáticas, todavía quedan pendientes algunos aspectos. Socas (2011) reconoce tres fases en los trabajos enfocados en los errores. La primera caracterizada por el recuento de respuestas erróneas, su clasificación y asociación con causas, principalmente relativas al contenido matemático (e.g., Rico, 1998); en la segunda, la década de los ochentas, se sabe del error como elemento normal del proceso de enseñanza y aprendizaje, se enfatiza en la construcción de los conceptos matemáticos para tratar de comprender lo que los alumnos estaban pensando (Brousseau, Davis, & Werner, 1986); en esa época se reconocen otras causas, como el currículo, el profesorado o el contexto y se manifiesta la necesidad de marcos teóricos para su análisis. Socas (2011) reconoce que a pesar de que se consiguen clasificaciones más completas sobre los errores, no se obtiene información sobre sus orígenes y por tanto no se consiguen elementos para un trato sistemático de los mismos. El mismo autor refiere que “el lenguaje algebraico no es ajeno a este proceso de estudio, una parte destacada de los estudios cognitivos en lenguaje algebraico se organizan en torno al análisis de las dificultades y errores en Álgebra”. En la tercera etapa sobresalen los trabajos enfocados en el Enfoque Lógico Semiótico, donde no solo se clasifican los errores, sino que sirve de soporte para el diseño de instrumentos que ayudan a los alumnos a corregir sus errores (e.g., Socas, 2007; Palarea, 1998; Ruano, Socas, & Palarea, 2008). Recientemente este grupo de investigación con sede en la Universidad de la Laguna, España, concluye la necesidad de que los profesores interpreten de manera adecuada los errores de los alumnos, pero hay poca información de cómo ir más allá de la identificación y la clasificación de los errores con una u otra taxonomía. En el panorama

elaborado por Socas (2011) no se evidencian estudios sobre el conocimiento de los profesores en el análisis de los errores.

El conocimiento profesional se refiere al cuerpo de conocimiento y habilidades que son necesarios para funcionar con éxito en una profesión particular (Tamir, 1991). Para Compagnucci y Cardós (2007), el conocimiento profesional del profesor es una categoría que involucra el saber teórico y práctico del docente, es un sistema complejo que se va constituyendo en función de saberes, creencias, destrezas, habilidades y capacidades. Aunado a lo anterior, asumimos que el conocimiento profesional del profesor consiste en la conjunción de todos los saberes y experiencias que éste posee y de los que hace uso en el desarrollo de su trabajo docente, conocimiento que se va adquiriendo y construyendo desde su formación inicial y continua durante toda su carrera (Climent, 2005).

En términos de los dos tipos de reflexión que pueden ocurrir y que determinan el conocimiento profesional del profesor, Schön (1983) establece que la reflexión en la acción es un proceso de comunicación continuo a partir del cual se va formando una teoría, se emprende una búsqueda de especificaciones adaptadas a la situación, se definen de manera interactiva los medios y los fines, además de redefinir y evaluar continuamente los procedimientos (Yinger, 1986). La reflexión sobre la acción se refiere a la reflexión que realiza el profesor en un momento posterior a la clase, en un contexto más tranquilo en el que el profesor está liberado de las urgencias de las decisiones interactivas. El profesor reflexivo confronta los esquemas teóricos y sus creencias implícitas, enfrentándose a una situación de enseñanza, lo cual le permite analizar lo que hace y modificar sus decisiones de manera consciente sobre la marcha. Más aún, en cuanto a la reflexión, tratando de hacer una analogía de las consideraciones de Chapman (2009) para el formador de profesores pero que también acomoda a la reflexión del profesor, podemos tomar en cuenta que la autora afirma que la reflexión “se inicia cuando el educador se encuentra con algún aspecto problemático de la práctica, y trata de darle sentido” (p. 125). Aunque también agrega que además de la indagación de la práctica se requiere investigar sobre sus propios estilos de enseñanza para “determinar su efectividad o la relación entre dicho enfoque y un aprendizaje efectivo y significativo” (p. 122). Es decir, consideramos que para que el profesor reflexione, también es necesario que se encuentre ante una problemática de su práctica y trate de solucionarla, aparte de investigar sobre sus propias formas de enseñanza y que

se cuestione sobre la efectividad de ésta en términos del aprendizaje efectivo y significativo de sus estudiantes.

### **Diseño de la investigación**

Esta investigación se enfoca en el paradigma interpretativo (Latorre, Del Rincón, & Arnal, 1996), es de corte cualitativa en términos de Erickson (1986), quien pone de relieve a la característica que más distingue a la indagación cualitativa, la interpretación. El método consiste de un estudio de caso (Stake, 2005) porque nos interesa profundizar en la interpretación de la reflexión que una profesora pone en acción en torno al conocimiento de los errores cometidos por los estudiantes. El caso está constituido por una profesora (Roco) de bachillerato con 20 años de experiencia de enseñanza en México. Roco es reconocida como una buena profesora por las autoridades de su institución, sus ex alumnos y sus pares.

El caso que aquí nos ocupa es parte de una investigación más amplia cuyo objetivo es obtener una mayor comprensión sobre algunos de los fenómenos que aparecen durante un taller en el que participaron 15 profesores de nivel medio superior realizado durante una semana, 2 horas al día. Se les asignó a los profesores una misma tarea en el ámbito de Álgebra, ya que este taller en concreto se enfocaba en discutir los errores de los alumnos en este dominio. Se les pidió que identificaran un error “común” de los alumnos en un contenido matemático concreto, luego deberían tratar de explicar los posibles pensamientos matemáticos que le permiten al estudiante dar esa respuesta errónea y finalmente hacer una propuesta concreta para subsanar ese error en los estudiantes. También se les pidió que presentaran lo realizado ante el grupo y que entregaran un reporte escrito sobre todas sus observaciones y reflexiones en cuanto al error común y cómo atender a ese error en la enseñanza.

Los datos se refieren a las videograbaciones de las clases donde los profesores implementaban la tarea propuesta, a las producciones escritas de la profesora al contestar las tareas propuestas y un cuestionario enfocado en los aspectos aprendidos/explorados en el taller. El instrumento para analizar la información está constituido principalmente por el estudio de Shön (1983).

## Análisis y resultados

Se analizaron tanto la videograbación donde la profesora Roco presenta la realización de la tarea encomendada como su reporte escrito donde plasmaba sus observaciones y reflexiones. La intención era provocar la reflexión del profesor discutiendo el análisis de los errores cometidos por sus estudiantes, a partir de la puesta en común en el taller. Es decir, al presentar el error que la profesora consideraba común y argumentando los posibles pensamientos matemáticos que produjeron dicho error, así como el tratamiento didáctico para aprovechar ese error en el aprendizaje del estudiante (Santos & Pinto, 2009), los otros profesores (pares) aportaban sus puntos de vista, con base en sus conocimientos y su experiencia, de tal forma que se establecía una discusión grupal gestionada y moderada por el investigador (Jaworski, 2008). A continuación mostramos algunos resultados.

Roco expresa en la presentación de su tarea que:

Los problemas de aprendizaje que presentan mis alumnos y a los que pretendo enfrentarme son variados, en este pequeño trabajo me referiré a la aplicación de la fórmula general para la ecuación cuadrática.

Posteriormente Roco muestra la siguiente tabla abordando los distintos tipos de errores que ella considera comunes en sus estudiantes cuando en un examen les da la instrucción de resolver la ecuación  $x^2 - 8x + 15 = 0$  usando la fórmula general.

Tabla 1. Análisis de errores elaborado por Roco

Estudiante	Error	<i>Ideas que suponemos [Roco] que usó el estudiante</i>
A	$a = x^2$ $b = -8x$ $c = 15$	“Como no aparece ningún número junto a $x^2$ , entonces el coeficiente debe ser $x^2$ ”
B	$a = 1$ $b = 8$ $c = 15$	“El signo indica resta, no tiene nada que ver con el número”
C	$x = \frac{-8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(15)}}{2(1)}$	“Si la fórmula dice $-b$ entonces debe ser $-8$ , debe ser negativo”
D	$x = \frac{-8 \pm \sqrt{-64 - 60}}{2}$	“Si el cuadrado de 8 es 64, el de $-8$ debe ser $-64$ ”
E	$x = 8 \pm \frac{\sqrt{(-8)^2 - 4(1)(15)}}{2(1)}$	“Creo que la fórmula era así”

Roco, ante la realización de esta tabla, reconoce que:

En todo proceso educativo formal, los estudiantes se someten a dos tipos de procesos: informativo, mediante el que accede de manera sistemática al conjunto de conocimientos, y formativo, a través del que se aplican los conocimientos adquiridos.

Y Roco agrega:

Desde este punto de vista, mi labor como docente se queda meramente en lo informativo, en el mejor de los casos. Desde otro punto de vista, mi trabajo ni siquiera está ubicado en la construcción del conocimiento, puesto que no me detengo a revisar los conocimientos previos. [...] de ahí la necesaria diferenciación de las actividades que se le ofrecen al estudiante.

Con esto último, consideramos que Roco da pequeños indicios de que intenta reflexionar sobre su rol en la enseñanza y aprendizaje. Más aún, posteriormente expresa durante su presentación de la tarea, reflexiones en cuanto los errores de los estudiantes:

Los alumnos de la preparatoria [bachillerato] en general tienen dificultades en el estudio de las matemáticas, algunos tienen que ver con problemas de aprendizaje que vienen arrastrando desde la primaria, o con la incapacidad de comunicación interactiva en el aula. Este curso me enseñó la importancia que tiene el error cometido por el estudiante como parte de la generación de conocimiento. En ocasiones el error puede significar que el problema se ha comprendido, aunque las herramientas con las que se pretende resolverlo no se apliquen adecuadamente. Para que un alumno ofrezca una solución equivocada, su mente tuvo que efectuar procesos con conocimientos que para él fueron válidos en algún momento.

En el reporte escrito, Roco nos permite detectar más elementos de su reflexión en cuanto a la necesidad de tender a la profesionalización docente, a diseñar actividades para los estudiantes a partir de los conocimientos previos (lo cual también puede permitir cambiar posibles conocimientos erróneos) tratando de que los estudiantes le den significado al contenido matemático que se aprenda, a conocer la cultura, contexto y prejuicios del estudiante:

Un profesor de matemáticas debe tender a la profesionalización, eso implica que además de conocer las áreas de matemáticas que imparte, ubicarlas dentro de un gran mapa de conocimientos, conocer la didáctica específica, debe también conocer la forma en que el estudiante aprende según su edad. Diseñar actividades que partan del conocimiento previo para construir significados de lo que se aprende. Por otra parte, la cultura que rodea al estudiante es importante en tanto que ya ha desarrollado significados, por ejemplo el temor a las matemáticas por considerarse de antemano que es difícil comprender los temas y que no sirve para nada aprender, además los

profesores son especialmente intransigentes. Éstos y otros prejuicios afectan las condiciones en el aula.

Roco agrega:

A partir de la reflexión sistemática de nuestro quehacer y de los resultados que se producen, cada actividad, cada tarea debe tener un sentido definido, puesto que nuestro alumno deberá, además de reunir toda la información que se requiera, tendrá que construir significados a partir de su aplicación. Con la formación académica sobre la enseñanza, con la experiencia compartida entre profesores, en la actividad misma de la enseñanza cuando se hace de manera reflexiva. Creo que también habrá que introducir la duda en nuestro trabajo, ¿lo hacemos realmente bien?, ¿lo que digo, es realmente lo que quiero o debo decir?, ¿y qué entienden los alumnos?, ¿qué les estoy enseñando realmente?, etc.

Por la propia naturaleza de los instrumentos de análisis, los resultados obtenidos corresponden más a evidencias de la reflexión sobre la acción; sin embargo, algunas de éstas pueden haber surgido a partir de reflexiones en la acción. Reconocemos que el taller impartido a los profesores fue corto, pero muchas de las veces son esas las únicas ocasiones en las que apoyan las autoridades educativas para “formar a los profesores de bachillerato”. Sin embargo, Roco nos deja ver que el estudio consciente de los errores comunes de los estudiantes puede funcionar como eje detonador para la reflexión del profesor sobre su práctica.

### **Conclusiones**

Un elemento primordial para el conocimiento profesional del profesor consiste en comprender la naturaleza del error y sus razonamientos, ya que estos errores se basan en conocimientos anteriores (Abrate et al., 2006), y posteriormente darle un tratamiento que favorezca el aprendizaje matemático efectivo y significativo del estudiante.

Sin embargo, para que el profesor logre dar un tratamiento efectivo a los errores, requiere de conocimientos, actitudes y concepciones que le ayuden a ver en un error la oportunidad de aprender, ya que solo de ese modo podrá desarrollar las tareas de enseñanza (Ball et al., 2008) enfocadas en que sus alumnos entiendan lo que hacen y porqué lo hacen a cada momento – y luego entiendan el origen del error. La experiencia que vive el profesor al sentirse aprendiz e investigador de su propia práctica al analizar los errores de sus estudiantes puede causar en él no sólo una reflexión en la acción o sobre la acción (en términos de Schön, 1983), al tratar de enriquecer sus formas de enseñanza para atender posteriores errores similares en sus próximos cursos, sino



además, puede causar una reflexión para la práctica, especialmente cuando se plantea y trata de diseñar el tratamiento de los errores para desarrollar en el estudiante un aprendizaje efectivo y significativo. Esa reflexión sobre la práctica sustenta su desarrollo profesional (Climent, 2005), basado también en las preguntas que se plantea y en el nivel de preocupación que revela. Por tanto, el análisis consciente y detallado de los errores de los estudiantes representa una oportunidad de aprendizaje para el profesor, lo cual le puede servir para promover y enriquecer su propio conocimiento profesional (Sosa, Huitrado, Hernández, Borjón, & Ribeiro, 2013). Por último, queremos agregar que el papel de las tareas que se les asignen a los profesores es sumamente importante, cuando se basan en el aprendizaje de la enseñanza desde el estudio de la práctica (Zazlavsky, 2008), pues depende de la tarea asignada serán los tipos de respuesta que den los profesores, además de considerar que otro aspecto elemental es la gestión que el formador haga de la tarea o actividad instruccional (Zazlavsky, 2007) y la relación entre formador y estudiante (Sanchez & García, 2004).

### **Agradecimientos**

Esta investigación es apoyada por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT, México) y ha sido parcialmente financiada por la Fundación para la Ciencia y Tecnología (FCT, Portugal).

### **Referências bibliográficas**

- Abrate, R., Pochulu, M., & Vargas, J. (2006). *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. Villa María: Universidad Nacional de Villa María.
- Ball D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Brousseau, G., Davis, R. Y., & Werner, T. (1986). Observing students at work. En B. Christiansen, G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Chapman, O. (2009). Educators reflecting on (researching) their own practice. In R. Evan & D. L. Ball (Eds.), *The professional education and development of teachers of mathematics. The 15<sup>th</sup> ICMI Study* (pp. 121 - 126). New York: Springer.
- Climent, N. (2005). *El desarrollo profesional del maestro de Primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso*. Tesis doctoral publicada en [www.proquest.co.uk](http://www.proquest.co.uk)
- Compagnucci, E., & Cardós, P. (2007). El desarrollo del conocimiento profesional del profesor en psicología. *Orientación y sociedad [online]*, 7, 103-114. Disponible en [http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1851-88932007000100005&lng=es&nrm=iso](http://www.scielo.org.ar/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1851-88932007000100005&lng=es&nrm=iso) (visitado el 22 de octubre de 2010).
- Erickson, F. (1986). Qualitative methods in research of teaching. En M. Wittrock (Ed.), *Handbook of research on teaching* (pp. 119-161). Nueva York, Macmillan.

- Godino, J., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y aprendizaje de la Matemática para maestros*. Recuperado el día 12 de Junio de 2012 de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Huitrado, J. L. (2012). Los profesores evaluadores olímpicos ante los errores relativos al álgebra de los alumnos de secundaria (tesis de maestría no publicada). Universidad de Huelva, España.
- Jaworski, B. (2008). Mathematics teacher educator learning and development. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *The mathematics teacher educator as a developing professional. Handbook of mathematics teacher education* (Vol. 4, pp. 1-13). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Latorre, A., Del Rincón, D., & Arnal, J. (1996). Bases metodológicas de la investigación educativa. Barcelona: Hurtado Ediciones.
- Palarea, M. (1998). La adquisición de lenguaje algebraico y la detección de los errores comunes cometidos en el álgebra por alumnos de 12 a 14 años. Universidad de la Laguna. Tenerife, España.
- Rico, L. (1998). Errores y dificultades. En J. Kilpatrick et al (Edit.). *Educación matemática: Errores y dificultades de los estudiantes, resolución de problemas, evaluación e historia* (pp. 69-108). Bogotá: Una Empresa Docente.
- Ruano, R. M., Socas, M., & Palarea, M. M. (2008). Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra. *PNA* 2(2), 61-74.
- Sanchez, V., & García, M. (2004). Formadores de profesores de matemáticas: Una aproximación teórica a su conocimiento profesional. *Revista de Educación*, 333, 481-493.
- Santos, L., & Pinto, J. (2009). Lights and shadows of feedback in mathematics learning. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou & H. Sakonidis (Eds.), *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> IGPME* (Vol. 5, pp. 49-56). Thessaloniki, Greece: PME.
- Schön, D. A. (1983). *The reflective practitioner: How professionals think in action*. New York: Basic Books.
- Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. En M. Camacho, P. Flores & M. P. Bolea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática* (pp. 19-52). San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: SEIEM.
- Socas, M. (2011). La enseñanza del álgebra en la educación obligatoria. Aportaciones de la investigación. *Números*, 77, 5-34.
- Sosa, L. (2011). *Conocimiento matemático para la enseñanza en bachillerato. Un estudio de dos casos*. Tesis doctoral publicada en <http://hdl.handle.net/10272/4509>
- Sosa, L., Huitrado, J. L., Hernández, J., Borjón, E., & Ribeiro, M. (2013). Uma oportunidade para o professor aprender analisando os erros dos alunos – Um exemplo de Álgebra. In *Atas XIX Encontro Nacional de Professores de Matemática (ProfMat 2013)* (s/ pp.). Lisboa: APM.
- Stake, R. E. (2005). *Qualitative case studies. The Sage handbook of qualitative research* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Tamir, P. (1991). Professional and personal knowledge of teachers and teachers educators. *Teacher and Teaching Education*, 7(3), 263-268.
- Yinger, R. (1986). Investigación sobre el conocimiento y el pensamiento de los profesores. Hacia una concepción de la actividad profesional. *Actas del I Congreso Internacional sobre Pensamiento del Profesor*. Sevilla.

- Zaslavsky, O. (2007). Mathematics-related task, teacher education, and teacher educator. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(4-6), 433-440.
- Zaslavsky, O. (2008). Meeting the challenges of mathematics teacher education through design and use of task that facilitate teacher learning. In B. Jaworski & T. Wood (Eds.), *The mathematics teacher educator as a developing professional. Handbook of mathematics teacher education* (Vol. 4, pp. 93-114). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.