

## Ensino e aprendizagem de números e álgebra

António Borralho<sup>1</sup>, Pedro Palhares<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centro de Investigação em Educação e Psicologia da Universidade de Évora

<sup>2</sup>CIEE, Instituto de Educação, Universidade do Minho

**Resumo.** *Este texto pretende fazer uma apresentação do simpósio 3 – Números e Álgebra – em primeiro lugar através de um enquadramento teórico relativo aos conceitos e em segundo lugar introduzindo as comunicações aí constantes.*

**Palavras-chave:** Números; Álgebra; Pensamento algébrico.

### Números e Álgebra – conceitos enquadrados

Coordenar um simpósio sobre esta temática remete-nos, incontornavelmente, para o XIV Encontro de Investigação em Educação Matemática, realizado em Caminha, com o título “Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores”. Números e Álgebra são dois assuntos fundamentais da Matemática escolar na maior parte dos países. Os Números com um papel preponderante nas aprendizagens matemáticas nos primeiros anos de escolaridade e a Álgebra como um assunto matemático basilar nos anos subsequentes. “Quem não tiver uma capacidade razoável de trabalhar com números e suas operações e de entender e usar a linguagem abstracta da Álgebra fica *ipso facto* seriamente limitado nas suas opções escolares e profissionais e no seu exercício da cidadania democrática.” (Ponte, 2006). Nos anos mais recentes, em Portugal, estes temas têm merecido alguma atenção no campo da Educação Matemática, pois têm existido vários projectos de investigação e desenvolvidas várias teses de mestrado e doutoramento nestas áreas. Começa a existir no nosso país uma reflexão mais profunda e sistemática sobre o papel dos Números e da Álgebra no currículo, sobre as causas dos alunos portugueses não evidenciarem um desempenho muito favorável nestes campos e sobre o que se pode fazer para melhorar as respectivas aprendizagens.

São vários os aspectos a considerar no conceito de número (modelos e interpretações dos conceitos numéricos; operações; cálculo; algoritmos, estimativas; propriedades das operações com números;...) para além das diversas formas de representação dos números, como por exemplo por palavras, pelo sistema decimal, etc (Ponte, 2006). A partir dos números, fazem-se diversas operações quer mentalmente, quer com recurso a outros instrumentos de cálculo, onde estão patentes algumas propriedades importantes, ou mesmo a mera estimativa. A compreensão dos números, das ordens de grandeza e do

significado das operações constitui a base do apelidado “sentido de número” (Mendes e Delgado, 2006). Além disso, os números e as operações constituem conjuntos com uma certa estrutura (algébrica) onde é possível estabelecer relações ou estudar determinadas propriedades. Todos estes aspectos estão, de uma forma ou de outra, integrados em qualquer currículo escolar com maior ou menor visibilidade e importância.

A visão mais comum da Álgebra é que se trata apenas de regras para transformar expressões com variáveis (monómios, polinómios, fracções algébricas,...) e processos de resolução de equações ou inequações, como se fosse uma miscelânea de letras com as quais se operam (Vale, Palhares, Cabrita e Borralho, 2006). É usual encontrar terminologia compatível com aquela visão em programas portugueses e em manuais escolares que em vez de se referirem à “Álgebra”, falam em “cálculo algébrico”. É uma visão altamente redutora da Álgebra, que desvaloriza muitos aspectos importantes desta área da Matemática como por exemplo as relações e estruturas algébricas ou o estudo de funções.

O estudo da Álgebra inclui, para além de lidar com o cálculo algébrico, a capacidade de trabalhar com muitas outras estruturas matemáticas e de as usar na análise e interpretação de resolução de problemas matemáticos ou de outras áreas. Mas esta actividade associada com a Álgebra envolve, necessariamente, a manipulação de símbolos que é um dos elementos do pensamento algébrico mas, à semelhança do “sentido do número”, também há o “sentido do símbolo” (Arcavi, 1994, 2006), ou seja, toda a actividade de interpretação e de uso criativo dos símbolos matemáticos para descrever uma situação ou resolver um problema. Desta forma, na actividade com a Álgebra, que envolve pensamento algébrico, é dada atenção não só aos objectos mas também às relações entre eles e, tanto quanto possível, de modo geral e abstracto.

Assim, um dos grandes objectivos do estudo da Álgebra, a nível escolar, é o da contribuição para o desenvolvimento do pensamento algébrico. Este pensamento, além de incluir a capacidade de manipulação de símbolos, está intimamente relacionado com o estudo das estruturas, da simbolização, da modelação e do estudo da variação: “compreender padrões, relações e funções; representar e analisar situações matemáticas e estruturas, usando símbolos algébricos; usar modelos matemáticos para representar e compreender relações quantitativas; analisar mudança em diversas situações” (NCTM, 2000, p. 37).

Podemos afirmar que Álgebra é principalmente uma ciência acerca das relações e há, pelo menos, uma abordagem que combina o pensamento aritmético e algébrico. Trata-se de quando os alunos ficam envolvidos numa série de tarefas onde devem descobrir e perceber certas regularidades numéricas. Então, há a necessidade de formular regras e escrevê-las usando linguagem simbólica. Trata-se de um veículo para a generalização, ou seja, “generalização aritmética” e passamos para ações e raciocínios típicos da álgebra e que devem ocorrer desde os primeiros anos de escolaridade (Specht, 2005).

### **Números e Álgebra – as comunicações do simpósio**

Este simpósio é constituído por cinco comunicações e dois *posters* que pretendem dar corpo a esta temática do ensino e aprendizagem dos números e da álgebra.

Ana Pereira e Ana Barbosa apresentam uma comunicação (*A visualização e o sentido de número: um estudo no 1.º ano de escolaridade*) relativa a um estudo de caso qualitativo realizado com alunos do 1.º ano de escolaridade ligando a visualização com o sentido de número. Aos alunos foram apresentadas tarefas envolvendo contagens em contextos visuais e as autoras procuraram descobrir quais as estratégias usadas pelos alunos, bem como as dificuldades por eles sentidas. Numa comunicação rica em detalhes relativos ao trabalho realizado por dois alunos, as autoras puderam concluir ter havido influência no tipo de estratégias utilizadas, não só do tipo de contexto visual como do tipo de trabalho realizado na sala de aula. Como recomendação final as autoras sentiram a necessidade de haver promoção da argumentação e discussão de ideias na sala de aula.

Sandra Nobre, Nélia Amado e João Pedro da Ponte apresentam uma comunicação (*A aprendizagem de métodos formais num ambiente combinado de lápis e papel e folha de cálculo*) centrada na aprendizagem por parte de alunos do 9.º ano, de métodos formais na resolução de sistemas de equações, num ambiente combinado de papel e lápis e de folha de cálculo. Limitando a análise a duas alunas, puderam concluir que a partir de experiências informais houve uma aprendizagem gradual dos métodos formais. No que respeita às alunas estudadas, houve caminhos diferentes na ligação ao uso da folha de cálculo, enquanto uma aluna passou a usar sistematicamente a folha de cálculo, a outra recorreu sistematicamente aos métodos formais.

Marta Pinheiro e Ana Barbosa desenvolveram um estudo (*O Pensamento Algébrico em contextos visuais*) com alunos do 6.º ano de escolaridade, procurando entender aspetos do pensamento algébrico, estratégias e dificuldades sentidas pelos alunos. Fizeram-no a

partir de um estudo de caso, tendo elaborado uma proposta didática em torno do pensamento algébrico ligado aos contextos visuais. Apresentam alguns resultados relativos a algumas tarefas, sendo de salientar concluírem que a abordagem através dos padrões em contextos visuais conduz ao desenvolvimento do pensamento algébrico e ao uso de estratégias diversas.

Paula Maria Barros, Cláudia Mendes Araújo e José António Fernandes apresentam uma comunicação (*Raciocínios de estudantes do ensino superior na resolução de tarefas sobre matrizes*) relativa a um estudo sobre os raciocínios de estudantes do primeiro ano do ensino superior na resolução de uma tarefa sobre matrizes. A partir desse estudo puderam concluir que houve dificuldades consideráveis sentidas pelos alunos na resolução da tarefa. Foram notados também ausência de conhecimentos sobre lógica clássica que interferiu nas justificações.

Neusa Branco e João Pedro da Ponte apresentam uma comunicação (*Desenvolvimento do conhecimento do ensino-aprendizagem da Álgebra na formação inicial de professores dos primeiros anos*) sobre um estudo realizado com alunos do 3.º ano do ensino superior relativo ao desenvolvimento do conhecimento que estes futuros professores têm das dificuldades dos alunos nas interpretações de expressões numéricas e das suas capacidades de generalização em sequências pictóricas. Através de um modelo de *design* research puderam concluir ter havido desenvolvimento do conhecimento didático e da capacidade de análise da prática profissional por parte dos futuros professores.

Fernando Luís Santos e António Domingos apresentam um *poster* (*A complexidade do pensamento matemático e a qualidade das aprendizagens: usando a teoria da atividade*) em que propõem um modelo de análise para aferir da complexidade do pensamento matemático a partir de respostas a certas questões colocadas, baseado nas teorias de David Tall e modelo SOLO.

Manuel Vara Pires apresenta um *poster* (*Exploração matemática do triângulo de Pascal feita por alunos do 5.º ano*) relativo a uma experiência de aprendizagem no 5.º ano de escolaridade consistindo na exploração de relações numéricas no triângulo de Pascal. Da análise dessa experiência concluiu ter havido desenvolvimento das capacidades de comunicar, argumentar e generalizar.

## Referências bibliográficas

- Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 14(3), 24-35. Retirado em 24 de Novembro de 2012 em <http://flm-journal.org/FLMArcavi.pdf>
- Arcavi, A. (2006). El Desarrollo y el Uso del Sentido de los Símbolos. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs), *Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores* (pp. 29-48). Lisboa: SEM-SPCE.
- Mendes, F., & Delgado, C. (2006). Sentido do número: um estudo no 1.º ciclo do ensino básico. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs), *Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores* (pp. 147-156). Lisboa: SEM-SPCE.
- NCTM (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Autor.
- Ponte, J. P. (2006). Números e Álgebra no currículo escolar. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs), *Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores* (pp. 5-27). Lisboa: SEM-SPCE.
- Specht, B. J. (2005). Early algebra – Processes and concepts of fourth graders solving algebraic problem. In *Proceedings of CERME4* (706-716). Retirado em 24 de Novembro de 2012 em <http://fractus.uson.mx/Papers/CERME4/Papers%20definitius/6/Mutschler.pdf>
- Vale, I., Palhares, P., Cabrita, I., & Borralho, A. (2006). Os Padrões no Ensino e Aprendizagem da Matemática. Em I. Vale, T. Pimentel, A. Barbosa, L. Fonseca, L. Santos e P. Canavarro (Orgs), *Números e Álgebra na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores* (pp. 193-212). Lisboa: SEM-SPCE.

