

O que é a Matemática?

Uma pergunta vaga à procura de boas respostas

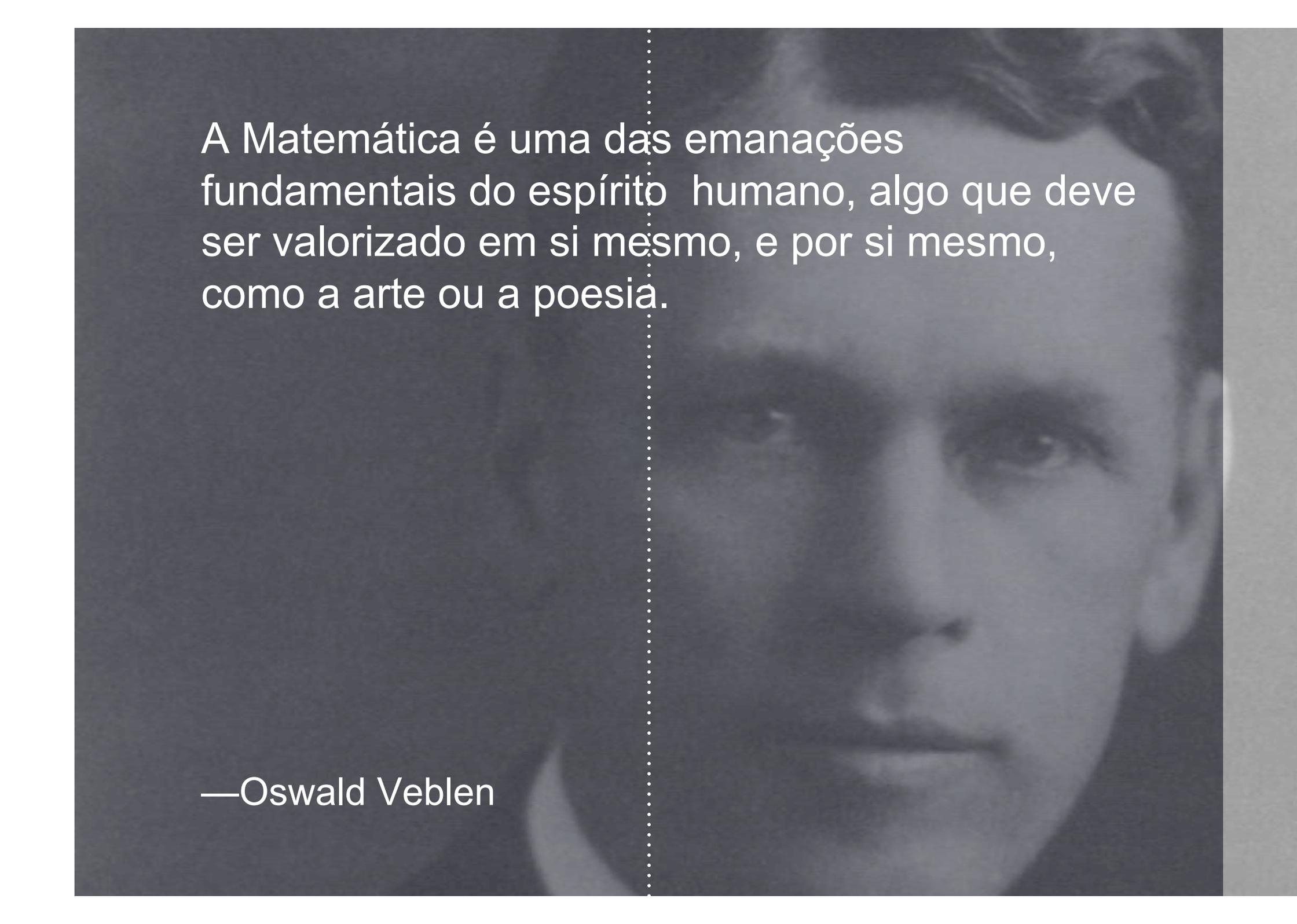
António M. Fernandes



ProfMat 2019 • Castelo Branco

ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Vale a pena ensinar
Matemática?



A Matemática é uma das emanções
fundamentais do espírito humano, algo que deve
ser valorizado em si mesmo, e por si mesmo,
como a arte ou a poesia.

—Oswald Veblen

Existe uma boa definição
de *Matemática*?

Estabelecer todas as *relações matemáticas* verdadeiras entre os *objectos* do *universo matemático*.

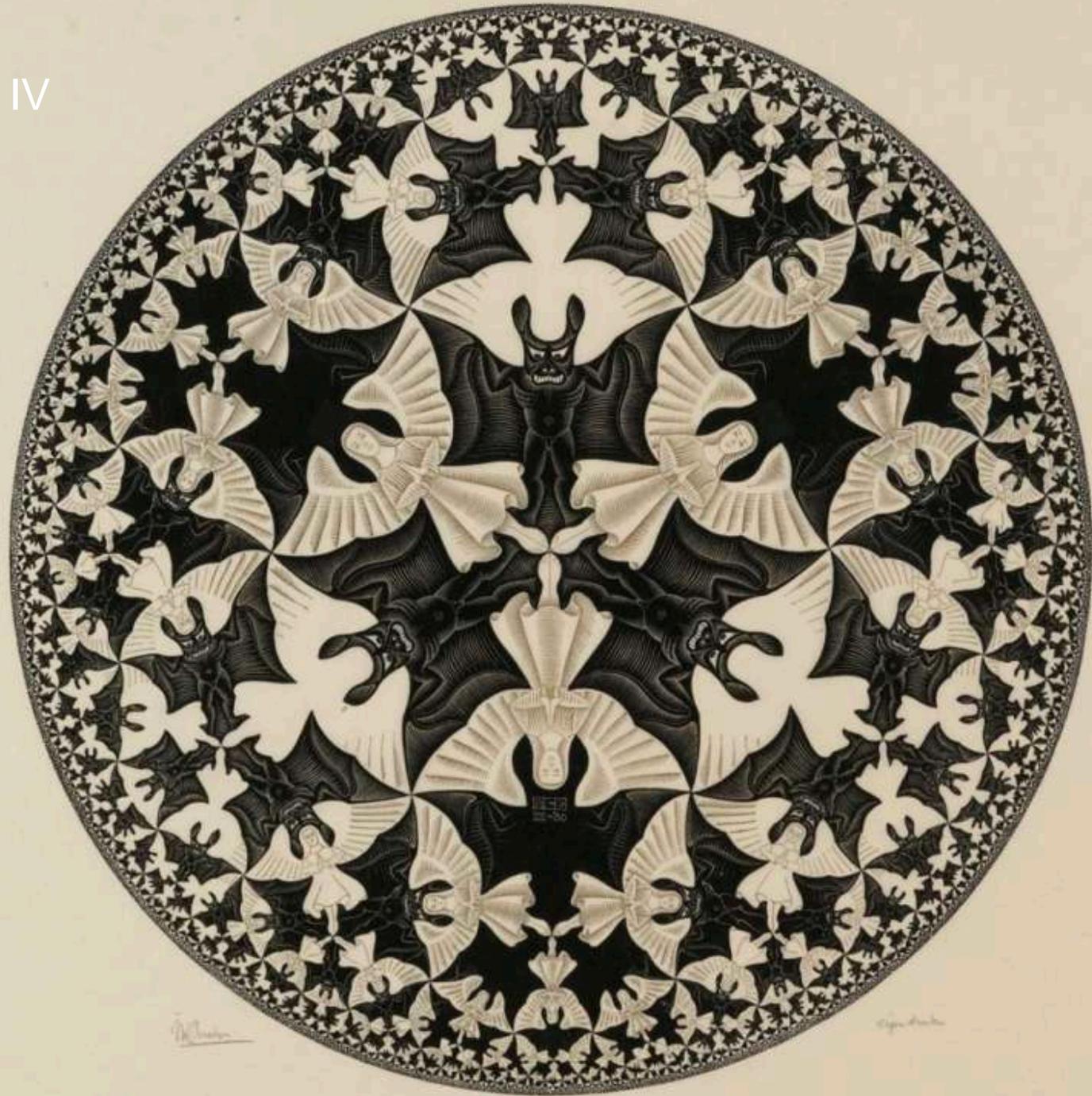




Nikolai Lobachevsky (1792–1856)

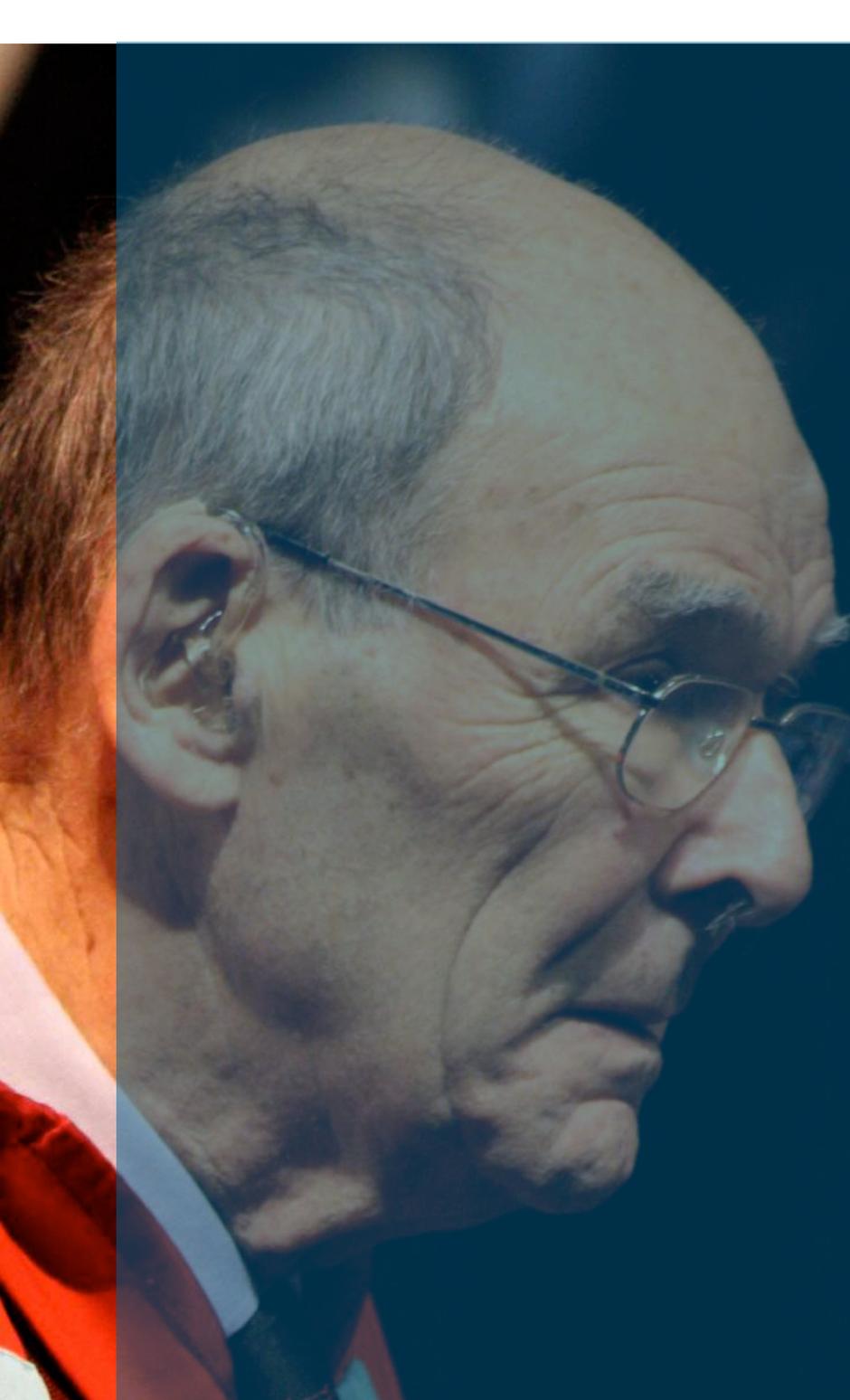


Circle Limit IV
Julho 1960



M. C. Escher

Os *habitantes* deste universo pensam (legitimamente) que o *seu universo* é infinito e que a verdadeira geometria é hiperbólica.

A close-up, profile view of an elderly man with thinning grey hair and glasses, looking downwards. He is wearing a dark suit jacket, a white shirt, and a dark tie. The background is a solid dark blue.

A Matemática ocupa-se de todos os mundos possíveis

David Malet Armstrong (1926–2014)

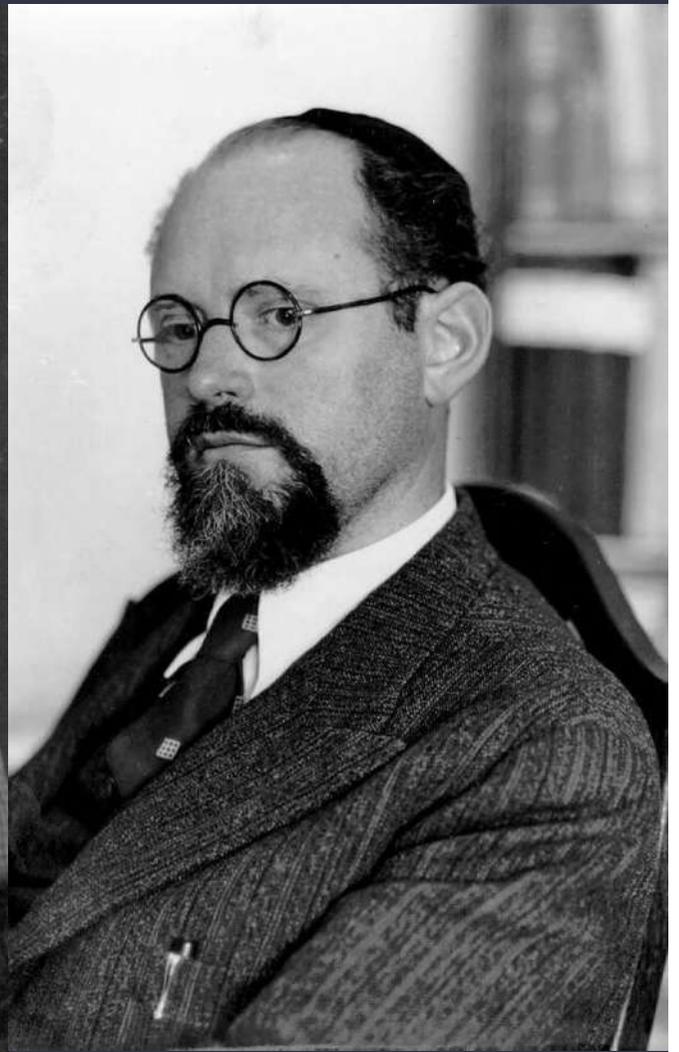
Georg Cantor (1845–1918)



Ernst Zermelo (1871–1953)

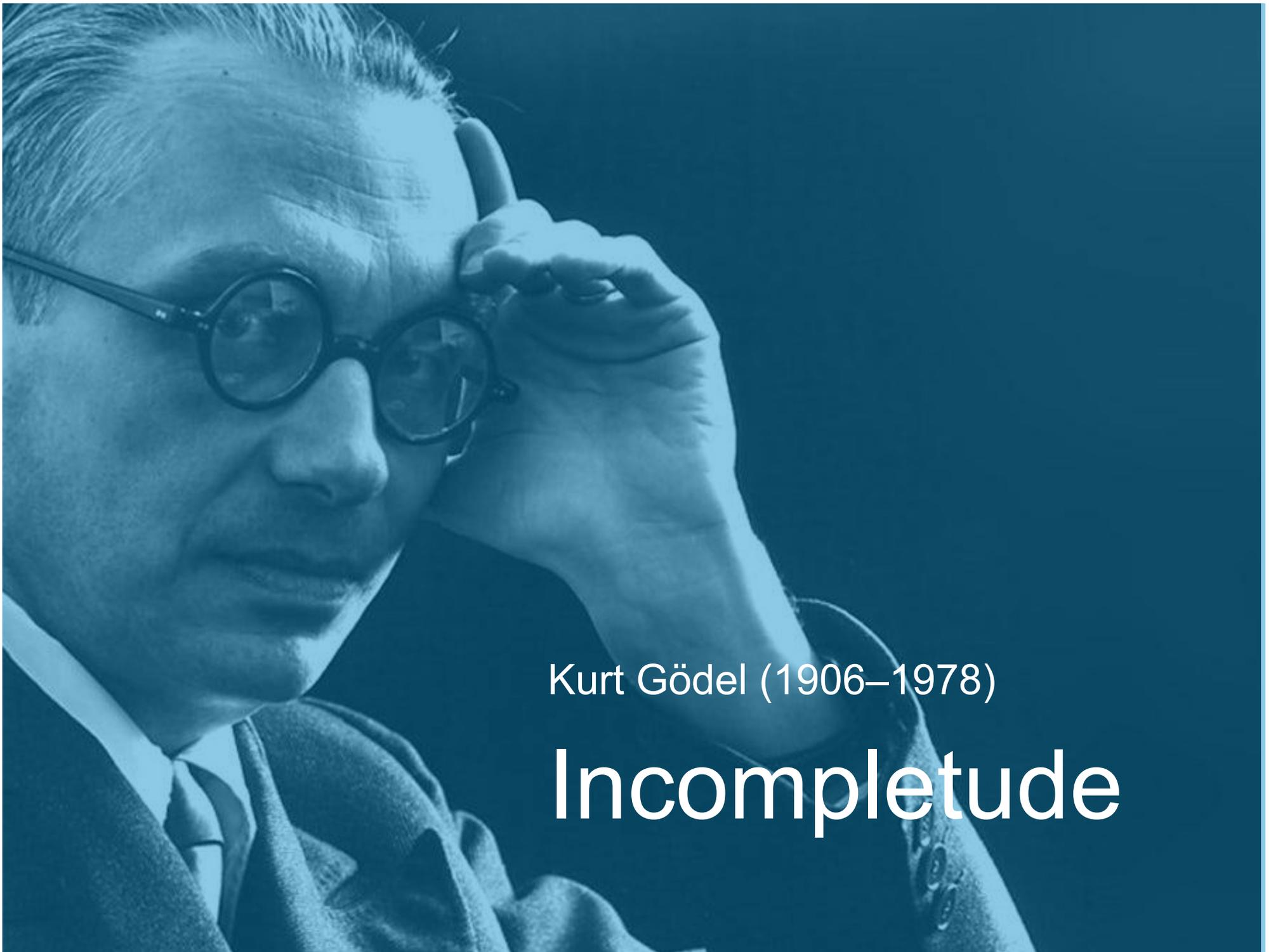


Abraham Fraenkel (1891–1965)



Teoria de conjuntos

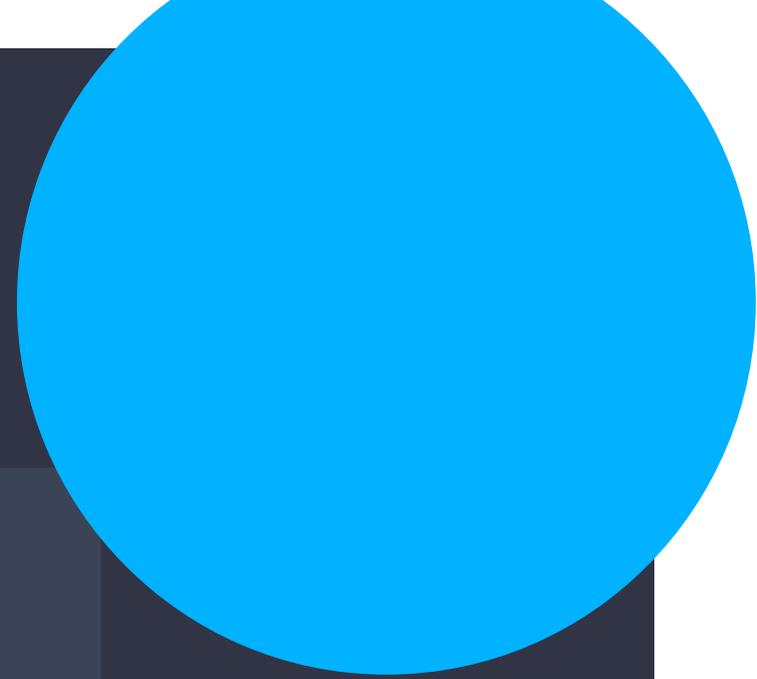
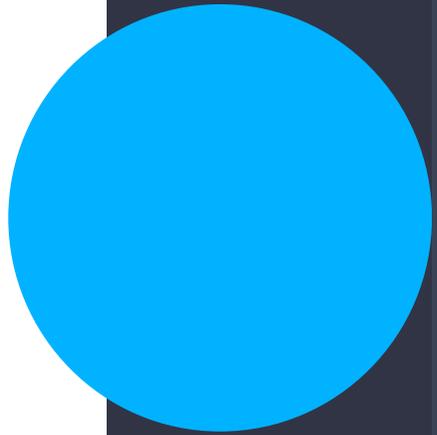
A Matemática consiste nos
A Matemática actual pode ser
resultados que podem ser
inteiramente formalizada na
demonstrados na
teoria de conjuntos
teoria de conjuntos

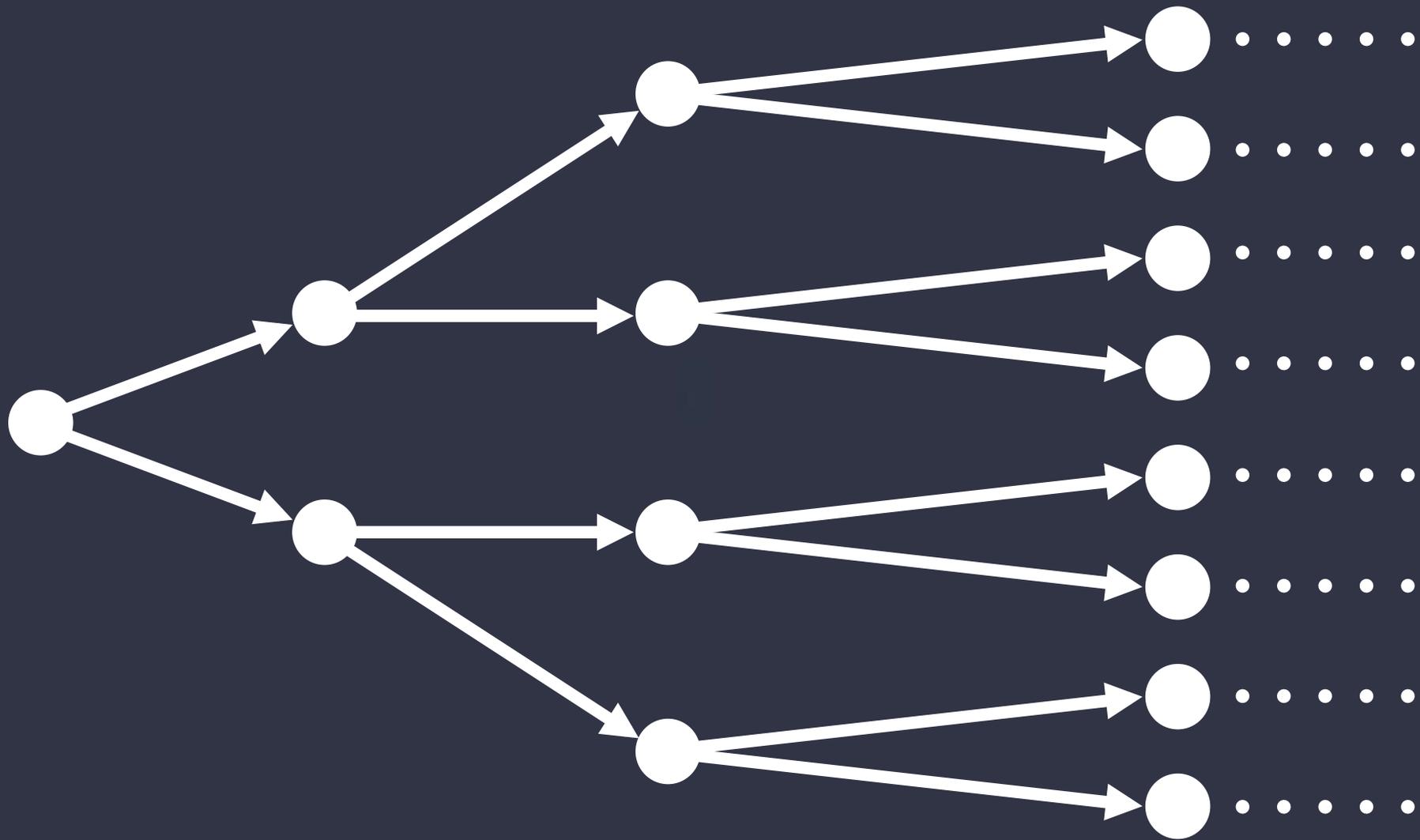


Kurt Gödel (1906–1978)

Incompletude







Vale a pena ensinar Matemática?

*Será possível responder sem partir
de uma definição do termo
Matemática?*

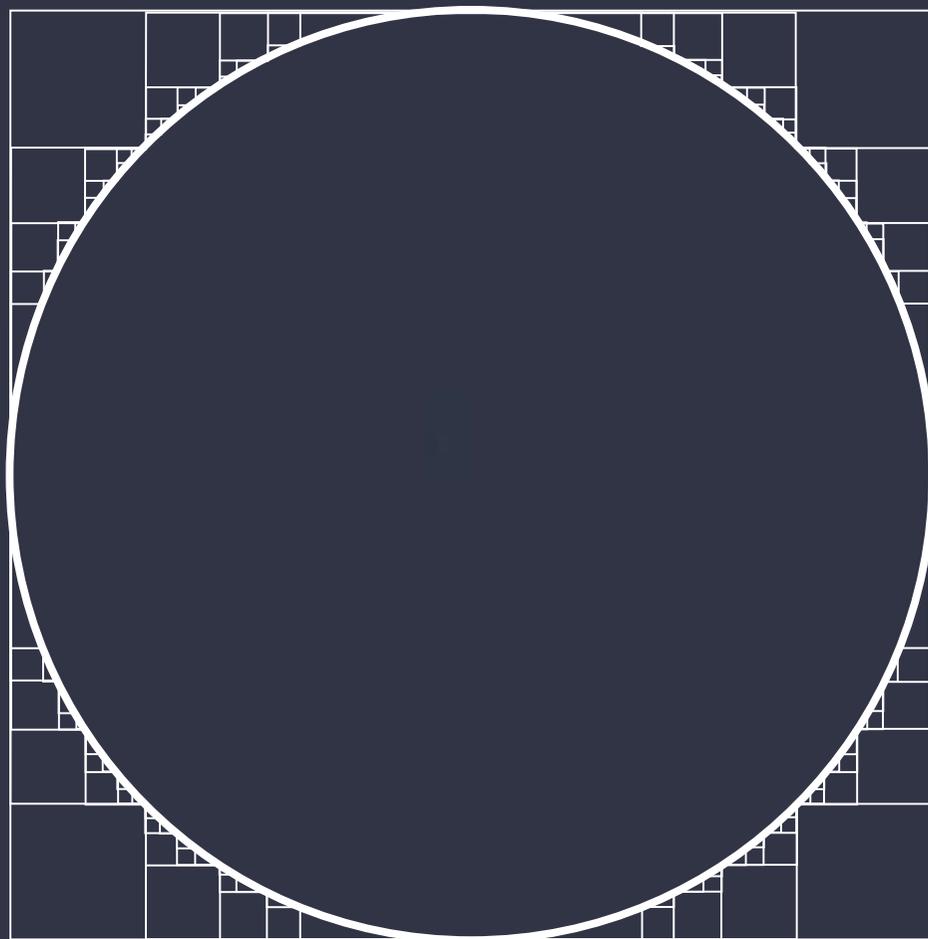


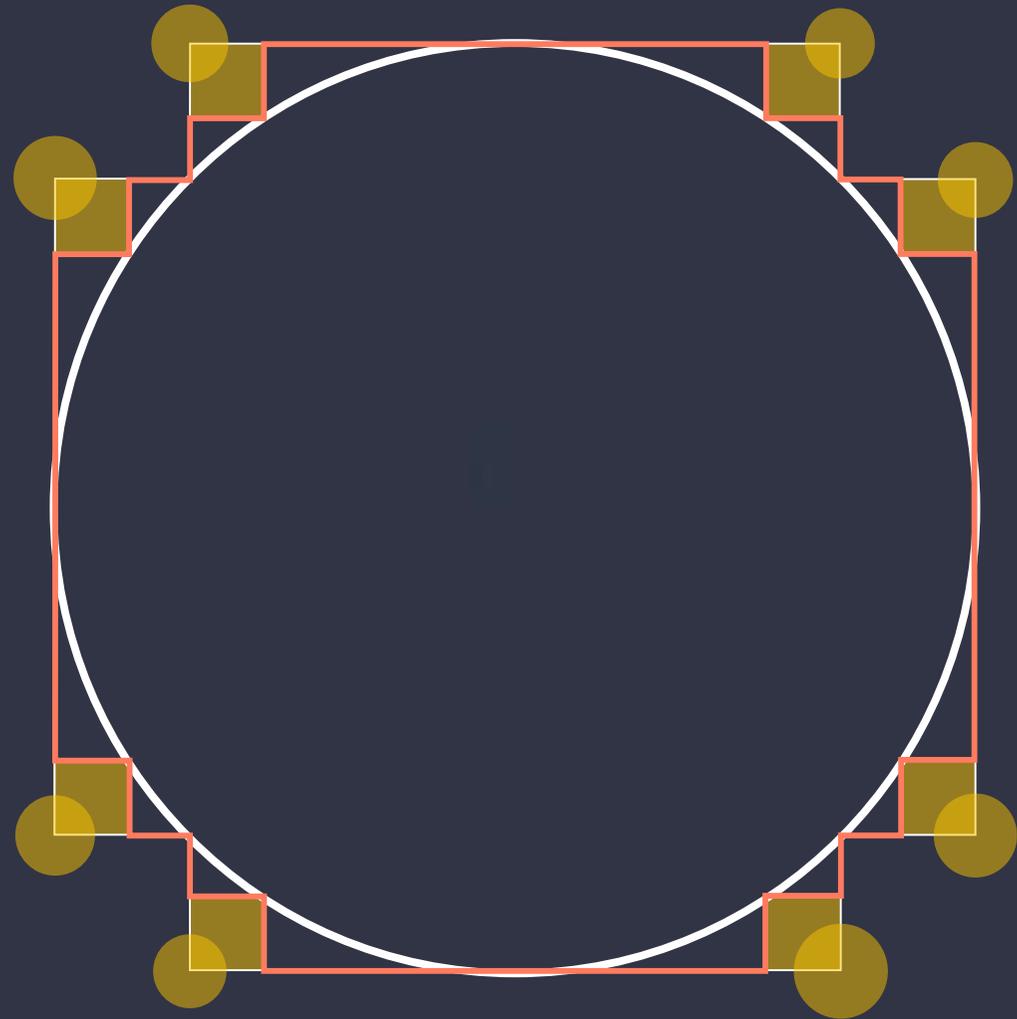
Demonstração

Linguagem formal

Lógica







Demonstração

É a única forma de estabelecer factos em *domínios infinitos*, ao mesmo tempo que assegura a correcta *transmissão da verdade*.

Por falar em *verdade* . . .

O tempo salvando a verdade da falsidade e da inveja

François Lemoyne, 1737. Coleção Wallace, Londres





O que é a verdade?

Nikolay Nikolayevich, c. 1890. Galeria Tretyakov, Moscovo

A frase neste slide é falsa!

A frase é verdadeira se e só se é falsa

Paradoxo!

Será que digo a verdade quando
digo que minto?

Ebulides de Mileto (Séc. 4 a.C.)

Os cretenses mentem em
todas as ocasiões!

Não existe aqui um paradoxo: *a frase tem que ser falsa!*

Epiménides (Séc. 6 a.C.)

Como a frase é necessariamente falsa, segue-se que em alguma ocasião, algum cretense disse a verdade.

Um facto puramente empírico, pode assim ser decidido através de lógica pura.

— Alonzo Church (em 1946)



Linguagem formal

Os paradoxos são evitados.

A verdade é objectiva em Matemática.

A Lógica Clássica adequa-se per

Mas provavelmente, apenas à Matemática



Acerca de rigor . . .











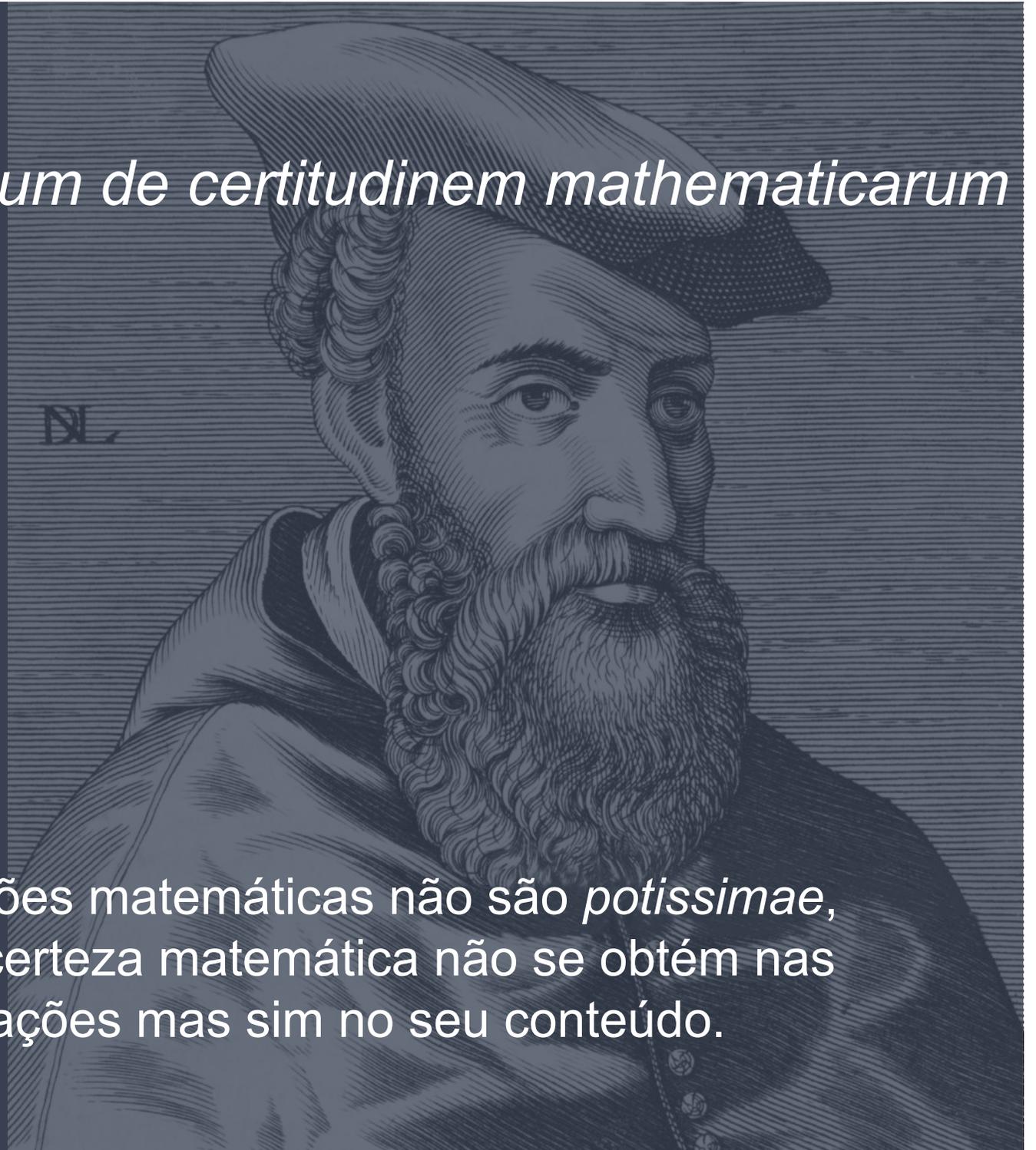


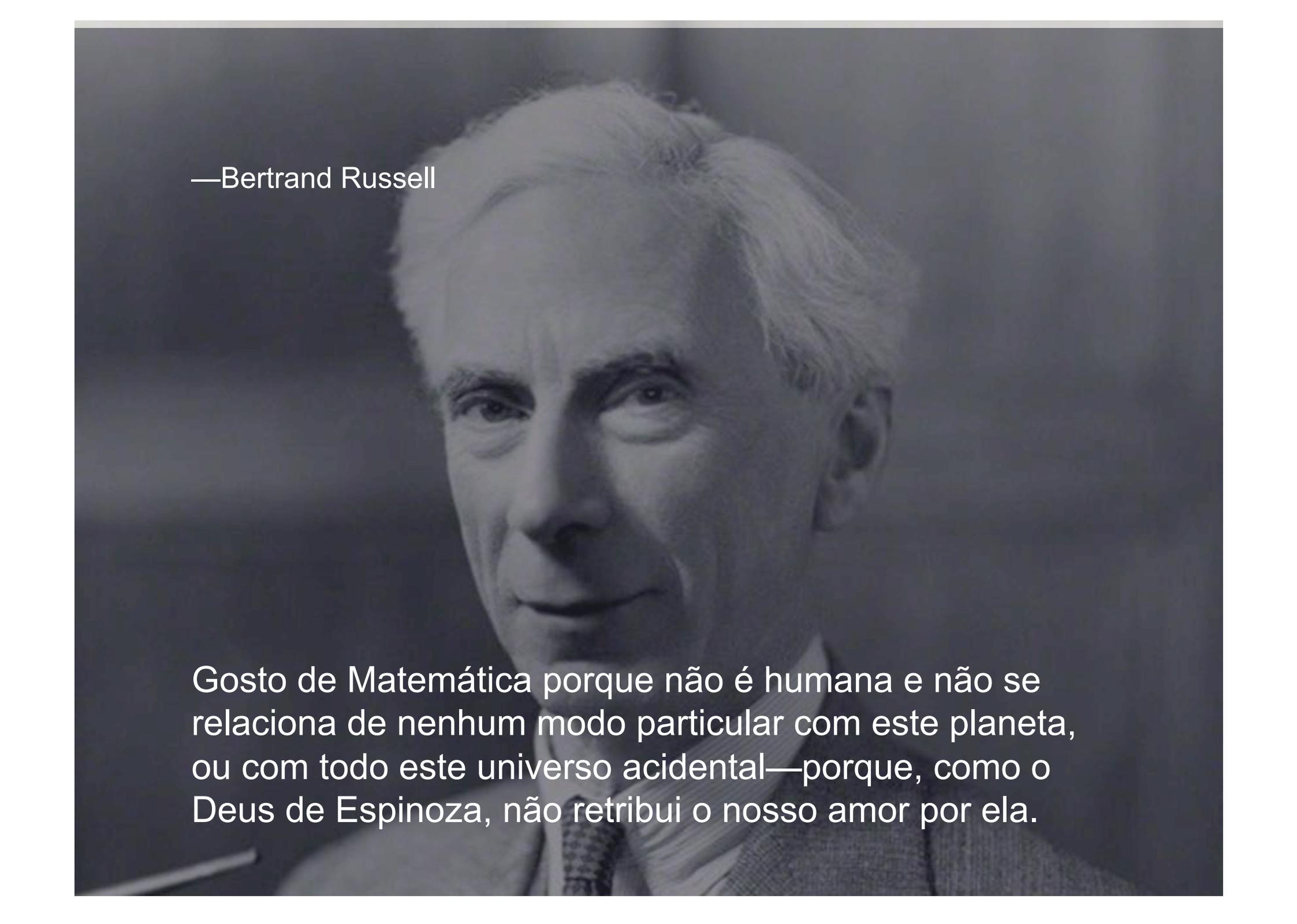


Commentarium de certitudine mathematicarum

Alessandro Piccolomini
1508-1570

As demonstrações matemáticas não são *potissimae*, desta forma a certeza matemática não se obtém nas suas demonstrações mas sim no seu conteúdo.





—Bertrand Russell

Gosto de Matemática porque não é humana e não se relaciona de nenhum modo particular com este planeta, ou com todo este universo acidental—porque, como o Deus de Espinoza, não retribui o nosso amor por ela.