

A MAGIA DA MATEMÁTICA

Helena Rocha, Isabel Oitavem

Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa

hcr@fct.unl.pt, oitavem@fct.unl.pt

Introdução

Todos os professores se preocupam com as aprendizagens dos seus alunos. Por isso dedicamos muito do nosso tempo à preparação das aulas, procurando seleccionar, adaptar ou desenvolver aquelas que consideramos ser as tarefas mais promissoras para promover a aprendizagem dos nossos alunos. Queremos proporcionar-lhes oportunidades de resolverem exercícios e problemas, de realizarem trabalho de carácter exploratório, de contactarem com situações em contexto puramente matemático mas também em contexto da realidade, de utilizarem materiais manipuláveis e de experimentarem as potencialidades da tecnologia. Queremos que saibam os conceitos mas também que os compreendam e que os consigam mobilizar adequadamente nas mais variadas situações. Queremos que tenham espírito crítico, que sejam capazes de estruturar logicamente um raciocínio e de o comunicar adequadamente. Queremos que quando confrontados com provas de avaliação, externas ou internas, se saiam bem. Queremos tudo isto e muitas outras coisas. Queremos afinal aquilo que o Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte *et al.*, 2007) aponta como uma das grandes finalidades do ensino da Matemática:

Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados. (p.5)

Mas o programa aponta igualmente como uma das finalidades do ensino da Matemática o desenvolvimento de atitudes positivas face à disciplina e a capacidade de apreciar esta ciência. E essa é uma vertente a que nem sempre damos a atenção devida. Às vezes deixamo-nos submergir por todas as pressões a que estamos sujeitos numa escola e esquecemo-nos do quão importante é proporcionar aos nossos alunos a oportunidade de se maravilharem com a ciência.

Imagine que, com uma simples troca de olhares, tem o poder de adivinhar os números em que os seus alunos pensam. Suponha que lhes pega na mão e sabe qual o número que acabaram de escrever numa folha. Pense que, observando a sua respiração, os orienta num cálculo que parte de um número desconhecido, escolhido por eles, e que termina com o número que corresponde ao dia do seu nascimento. Como acha que os seus alunos reagiriam? Com espanto? Surpresa? Incredulidade? E se lhes dissesse que não é verdadeiramente magia, mas simplesmente a magia da Matemática? Acha que eles não iriam querer saber como o fez?

O fascínio é o toque de magia essencial para despertar a curiosidade e a vontade de aprender. É a faísca que pode verdadeiramente incendiar o nosso interesse por uma ciência e, como tal, é um elemento fundamental na aprendizagem.

Nas linhas que se seguem apresentamos um conjunto de situações simples e de fácil implementação, que envolvem números e onde parece que conseguimos fazer magia e adivinhar o que o nosso interlocutor pensa. São truques que conhecemos há muito e que não sabemos ao certo qual é o seu autor, mas que é possível encontrar na *internet* ou em publicações como Bolt (1992) ou Gardner (1993). Vamos naturalmente analisar essas situações, do ponto de vista matemático, procurando mostrar o contributo que podem trazer à aprendizagem dos conteúdos matemáticos, mas também ao desenvolvimento de uma atitude positiva face à Matemática e da capacidade de apreciar esta ciência.

Ideias mágicas

Lendo o pensamento

Entregue a um aluno um quadro como o da figura 1, pedindo-lhe que este assinale com um círculo um número qualquer, mas de forma a que não lhe seja possível a si saber qual a escolha feita. De seguida peça-lhe que trace uma linha vertical a passar pelo número escolhido e outra horizontal e que risque todos os números que se encontram nessas linhas e que diferem deste (veja exemplo na figura 2 para o caso em que o número escolhido é o 11). Escolha um segundo aluno e peça-lhe que faça algo de semelhante. Ou seja, que escolha um dos números disponíveis, que o assinale com um

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Figura 1

círculo e que risque os que se encontram na mesma linha horizontal e vertical que o segundo número escolhido. Escolha um terceiro aluno para fazer algo análogo e, por fim, um quarto aluno para assinalar o único número disponível. Peça-lhe ainda que adicione os quatro números que foram escolhidos e devidamente assinalados com um

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Figura 2

círculo. Depois disto concentre-se, para poder receber o resultado da operação efectuada por transmissão de pensamento. Faça uma pausa para criar expectativa e informe que 34 foi o resultado obtido ou, se quiser brincar um pouco, antecipe-se e, enquanto o aluno está ainda ocupado a adicionar os números, pergunte-lhe se é

necessário tanto tempo para concluir que dá 34. Acredite que o facto de conseguir ser mais rápido que o aluno mesmo sem saber quais os números escolhidos, terá o seu impacto!

Adivinhando dias consecutivos no calendário

Dê a um aluno uma folha com um calendário como o da figura 3 e peça-lhe para assinalar com uma caneta três dias consecutivos. Esta escolha dos números deve ser naturalmente feita de modo a que não lhe seja possível a si saber quais os números que foram escolhidos. Assinalados os números, o aluno deve adicioná-los, dizendo-lhe qual o resultado alcançado. Olhe-o então nos olhos, simulando que lhe lê o pensamento, e adivinhe os números escolhidos.

S	T	Q	Q	S	S	D
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

Figura 3

Adivinhando três datas consecutivas do dia da semana favorito

Peça a um aluno para escolher, sem revelar, qual o seu dia da semana favorito. Em seguida dê-lhe uma folha com um calendário como o da figura 3 e peça-lhe que assinale três datas consecutivas no seu dia da semana favorito. Obviamente a marcação dos dias no calendário deve ocorrer sem que tenha oportunidade de ver quais as datas escolhidas. O aluno deve então adicionar os três números e dizer-lhe o resultado obtido. Com esta

informação consegue saber quais as datas escolhidas e poderá até fazer um comentário ao dia da semana escolhido pelo aluno como o favorito.

Adivinhando um número no mostrador do relógio

Apresente aos alunos um relógio de parede ou projecte a imagem de um como o da figura 4. Peça então a um aluno para escolher um dos números do mostrador e para, fora da sua vista, o registar numa folha. Esta folha pode depois circular entre os alunos, para que todos possam acompanhar o que se vai seguir e viver a magia. Aproxime-se do relógio e aponte para um dos números do



Figura 4

mostrador pedindo ao aluno que adicione em silêncio uma unidade ao número desconhecido escolhido por ele. Aponte para outro número do relógio pedindo ao aluno que adicione mais uma unidade ao número escolhido por ele. Explique-lhe que vai continuar a apontar para números no mostrador do relógio e que sempre que o fizer ele deverá adicionar mais uma unidade ao número escolhido por ele. Informe-o ainda que será ele a pôr fim ao processo dizendo “Stop!” no momento em que a soma obtida atingir o valor 20. Vá repetindo o processo, com o aluno a adicionar sucessivamente uma unidade ao número que este escolheu sempre que aponta para mais um número no mostrador do relógio. Quando a ordem para parar soar, mantenha o braço estendido para o relógio. Surpreendentemente estará a apontar para o número escolhido pelo aluno e que este registou na folha.

Para executar convenientemente este truque deve começar por apontar para sete números a seu gosto, o oitavo número que aponta tem que ser o 12, a que se segue o 11, depois o 10 e assim sucessivamente até que a ordem para parar se faça ouvir.

Intuindo o número em que pensaste

Peça a um aluno que escreva numa folha de papel um número de três algarismos qualquer. Simule que reflecte durante alguns instantes e peça-lhe que o multiplique por 7 e depois por 11 e depois ainda por 13. Aguarde que o aluno termine os cálculos e diga-lhe que acrescentou ao número em que ele tinha pensado mais três algarismos... E para não haver dúvidas que consegue mesmo ler o pensamento, escolheu precisamente os três algarismos em que ele tinha pensado.

A Matemática por trás da magia

Nesta secção vamos dar atenção à Matemática que torna possível adivinhar os números em questão. É no fundo o desvendar da magia e por isso sugerimos que não prossiga a leitura antes de experimentar realizar o truque.

Lendo o pensamento

Como facilmente se percebe o segredo desta leitura de pensamento reside no quadro onde os alunos escolhem os números e no facto de apenas poder ser escolhido um número em cada linha e em cada coluna. Se tivermos em conta os números que permitem gerar o quadro (ver figura 5) é fácil perceber. Como Gardner (1993) explica, o quadro é preenchido com a soma do respectivo par de números geradores e, tendo em conta as regras para a escolha dos números permitidas, cada número que os alunos escolhem resulta obrigatoriamente da adição de um único par de números geradores. Assim, a soma dos quatro números escolhidos pelos alunos terá sempre que igualar a soma de todos os números geradores. Sabendo isto é fácil gerar quantos quadros quisermos e com a soma que mais nos agradar. Podemos inclusivamente gerar um quadro como o da figura 6, envolvendo números inteiros relativos e onde a soma será sempre 1.

	1	2	3	4
0	1	2	3	4
4	5	6	7	8
8	9	10	11	12
12	13	14	15	16

Figura 5

	-2	-1	1	2
-3	-5	-4	-2	-1
-1	-3	-2	0	1
1	-1	0	2	3
4	2	3	5	6

Figura 6

Os alunos podem começar por constatar que, independentemente dos números escolhidos, a soma obtida é sempre a mesma. Podem também trabalhar com diferentes quadros, procurando uma relação entre os seus valores e a soma dos quatro números escolhidos. Podem ainda explorar os números geradores e construir diferentes quadros, e neste último caso podem apoiar-se tanto na adição como na multiplicação, uma vez que é possível conceber quadros adoptando um procedimento semelhante com qualquer destas operações. O ponto até onde será pedido aos alunos a exploração do truque será uma decisão do professor e dependerá naturalmente do nível dos alunos envolvidos.

Adivinhando dias consecutivos no calendário

Neste caso, a questão com que nos deparamos consiste basicamente em adivinhar três números naturais consecutivos, conhecida a sua soma. Não é difícil perceber que se dividirmos essa soma por três obtemos o número central escolhido pelo aluno, digamos n , e que portanto os três números serão necessariamente $n-1$, n e $n+1$. Aos alunos pode ser proposta a exploração do truque, que poderá ser abordada de diferentes formas, mas que pode nomeadamente envolver a noção de média e aspectos relativos à dispersão dos dados ou focar-se antes nas sequências aritméticas.

Adivinhando três datas consecutivas do dia da semana favorito

Este truque é bastante semelhante ao anterior, residindo a diferença no facto de as três datas serem do mesmo dia da semana. Assim o que aqui efectivamente se altera é a dispersão dos dados em relação ao valor médio, que antes era de um dia e agora passa a ser de sete ou a diferença entre dois termos consecutivos se estivermos a considerar sequências numéricas. Neste sentido pode ser interessante trabalhar as duas variantes do truque conjuntamente, propondo inclusivamente aos alunos o desenvolvimento de uma nova variante.

Adivinhando um número no mostrador do relógio

Os primeiros números apontados não têm verdadeiramente interesse, sendo apenas uma forma de adicionar sete ao número escolhido pelo aluno. A partir daí é que o truque se começa efectivamente a desenrolar. Se considerarmos x o número escolhido pelo aluno, então a ordem para parar chegará quando tivermos apontado $x+7+12-x+1$ números no relógio, ou seja 20. A compreensão da razão porque o truque funciona pode assim envolver algum trabalho em torno de expressões algébricas.

Intuindo o número em que pensaste

Neste truque é pedido ao aluno que multiplique o número em que pensou por 7, por 11 e por 13. Estes números em si não têm um significado especial. Podia-se pedir para multiplicar por 77 e por 13, ou então por 11 e por 91, ou ainda por 7 e por 143. O verdadeiro significado é que multiplicar por estes valores equivale a multiplicar por 1001 e ao fazê-lo nós conseguimos que surja outra vez o número escolhido pelo aluno sem precisar de saber qual é ele (por exemplo, $345 \times 1001 = 345345$). Toda a exploração do truque terá pois por base as noções de múltiplos e de divisores e poderá

inclusivamente envolver a concepção de outros truques similares. Neste sentido pode ser pedido aos alunos que tentem desenvolver um truque análogo para números com mais e com menos algarismos, questionando inclusivamente se tal será sempre possível. Pode também ser sugerido que em vez de fazer surgir mais uma vez o número o façam surgir mais duas vezes (por exemplo, partindo de 345 fazer surgir 345345345).

Algumas sugestões para implementação em sala de aula

Fazer verdadeiramente surgir a magia na sala de aula não é necessariamente fácil. É preciso dar atenção aos pormenores para que tudo corra bem, para que nada falhe. E a nossa experiência diz-nos que para que tal aconteça é preciso ponderar até o imponderável. Para que a magia aconteça os alunos não podem enganar-se nos cálculos, pois se tal suceder a sensação que prevalecerá é que o truque falhou. E este é um risco muito real! Como tal, poderá ser boa ideia considerar a possibilidade de os alunos utilizarem uma calculadora. O envolvimento de toda a turma também poderá contribuir para potenciar a sensação de espanto generalizado, pelo que será bom organizar a concretização do truque de forma a permitir que todos tenham conhecimento dos números escolhidos. O registo dos números numa folha que depois circula entre todos é uma forma simples de o fazer e tem ainda a vantagem de permitir que os cálculos necessários sejam realizados por mais do que um aluno, fazendo com que alguém possa apontar eventuais enganos.

Concluído o truque é natural que os alunos expressem alguma surpresa e que de imediato questionem como foi possível adivinhar os números em questão. Obviamente todos sabem que o professor de Matemática não goza de poderes especiais de adivinhação e, portanto, alguns alunos irão querer saber como é que o professor soube quais os números escolhidos. Como um grande mágico não revela assim os seus segredos, provavelmente ir-lhe-ão pedir para fazer de novo, na esperança de perceberem o que aconteceu. Nesta altura terá que decidir como quer prosseguir. Alguns dos truques permitem a repetição sem que o segredo seja revelado, outros não. Por exemplo, em *Lendo o pensamento* a soma é sempre 34, mas pode optar por repetir o truque utilizando um cartão com outros números e o seu segredo continuará por revelar durante mais algum tempo. A opção mais adequada vai obviamente depender da exploração que pretende fazer do truque.

Conclusão

Incentivar nos alunos o desenvolvimento de uma certa curiosidade intelectual nem sempre é tão complicado como pode parecer à primeira vista. Um pequeno truque executado com um ar enigmático pode ser suficiente para despertar um certo fascínio por querer ir um pouco mais além. Aqui deixámos algumas ideias que foram bem sucedidas com alunos do 2.º e do 3.º ciclo do ensino básico. Importa, no entanto, ter presente que uma simples faísca não chega. É necessário ir alimentando a chama, lançando pequenos desafios e incentivando os alunos a partilhar as suas ideias e reflexões. E, porque não, a criarem eles magia matemática e a trazerem-na para a sala de aula para surpreender os colegas e o professor.

Referências bibliográficas

Bolt, B. (1992). *Mais actividade matemáticas*. Lisboa: Gradiva.

Gardner, M. (1993). *Ah, apanhei-te!*. Lisboa: Gradiva.

Ponte, J., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME e DGIDC.