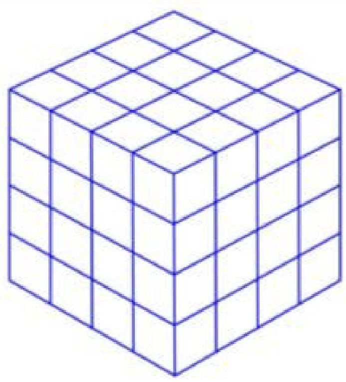
MATEMÁTICAS NA RAIA – 2016

1. Un cubo feito de cubos…

A imaxe mostra un cubo construído a partir de cubos máis pequenos, todos do mesmo tamaño, aos que poderíamos chamar cubos unidade, cuxas caras serían caras unidade, e as súas arestas, non sendo moi orixinal… arestas unidade.

Desta maneira, o noso cubo tería de aresta catro (catro arestas unidade), e poderíamos dicir que é de dimensión 4 x 4 x 4.



A) Pintamos as seis caras exteriores do cubo grande. Agora retiramos a capa exterior de cubos unidade que pintamos, como se lle quitásemos unha capa a unha cebola. Apartamos a un lado, sen perdelos, os cubos que retiramos e seguimos. No cubo que nos quedou agora, volvemos a pintar as seis caras exteriores. Unha vez pintado, collemos os seus cubos unidade e poñémolos cos que retiramos antes.

Que porcentaxe de caras unidade temos pintadas respecto do total?

B) E o mesmo pero con un cubo inicial de 10 x 10 x 10. É dicir, partimos dun cubo de 10 x 10 x 10. Pintámolo e retiramos a capa de cubos unidade que pintamos. Volvemos a pintar e a retirar a seguinte capa de cubos. E seguimos así ata que teñamos pintado (parcialmente) e retirado todos os cubos unidade.

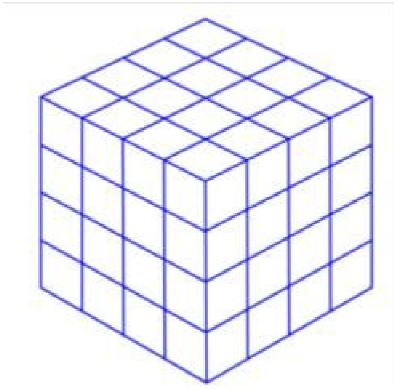
Que porcentaxe de caras unidade temos pintadas?

C) Agora só imos a pintar unha vez (non imos a retirar capas de cubos unidade para volver a pintar nin nada, simplemente pintamos o cubo grande que teñamos).

Que dimensión debe ter o cubo para que ao pintalo, o número de caras unidade non pintadas sexa igual ao número de caras unidade pintadas?

D) **E se queremos que as caras non pintadas sexan cinco veces as caras pintadas?**

1. Um cubo feito de cubos



A imagem mostra um cubo construído a partir de cubos mais pequenos, todos do mesmo tamanho, a que vamos chamar *cubos* unidade, cujas faces são *faces unidade*, e cujas arestas são *arestas unidade*.

Desta maneira, o nosso cubo terá de aresta quatro (quatro arestas unidade), e poderíamos dizer que tem como dimensões 4x4x4.

A) Pintamos as seis faces do cubo grande. Agora retiramos a camada exterior de cubos unidade, ou seja, todos os que pintamos. Colocamos esses cubos unidade de lado sem os perder. No cubo que restou agora, voltamos a pintar as seis faces exteriores. Uma vez pintadas, recolhemos os seus cubos unidade e juntamo-los ao que havíamos retirado antes.

Qual é a percentagem de faces unidade que temos pintadas em relação ao total?

B) E se o cubo inicial tivesse como dimensões 10x10x10? Ou seja, partimos de um cubo com 10x10x10, pintamo-lo e retiramos a camada de cubos unidade que pintamos. De seguida, voltamos a pintar e a retirar os mesmos cubos. E prosseguimos assim até que tenhamos pintado (parcialmente) e retirado todos os cubos unidade.

Qual é a percentagem de faces unidade que temos pintadas em relação ao total?

C) Agora vamos pintar apenas uma vez (não vamos retirar as camadas dos cubos unidades e voltar a pintá-las, simplesmente pintamos o cubo grande).

Que dimensões deve ter o cubo para que, depois de pintado, o número de faces unidade não pintadas seja igual ao número de faces pintadas?

D) **E se queremos que as faces não pintadas sejam cinco vezes mais do que as faces pintadas?**

2. Xuntos pero non revoltos

Catro matemáticos de catro xeracións (avó, pai, fillo e neto) reúnense na fronteira galaico-portuguesa para un encontro científico con catro físicos, catro químicos e catro biólogos, todos eles coa mesma relación de parentesco.

Como os científicos son tan peculiares, queren sentar en 16 bancos formando un cadrado e de xeito que en cada fila, en cada columna e en cada diagonal estea un avó, un pai, un fillo e un neto, e ademais un representante de cada rama científica.

Podedes dicirlle a cada un onde debe sentarse?

2. Juntos, mas não revoltos

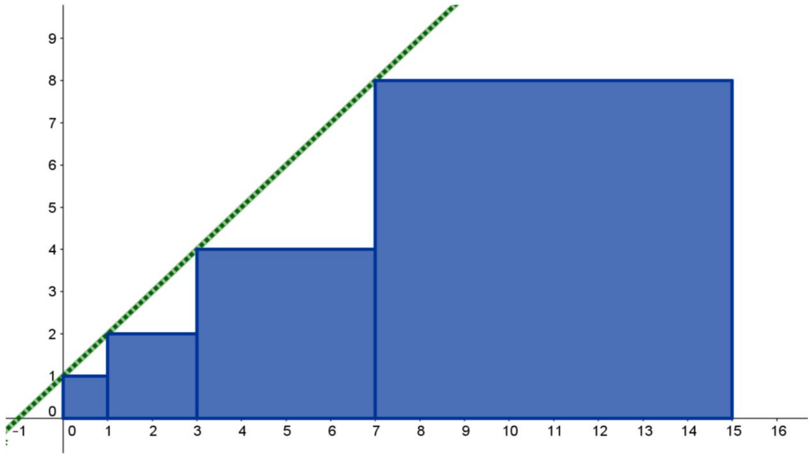
Quatro matemáticos de quatro gerações (avó, pai, filho e neto) reúnem-se na fronteira Galaico-portuguesa para um encontro científico com quatro físicos, quatro químicos e quatro biólogos, todos eles com a mesma relação de parentesco.

Como os cientistas são tão peliculares, querem-se sentar em 16 bancos que formam um quadrado, de forma a que, em cada fila, em cada coluna e em cada diagonal esteja um avó, um pai, um filho e um neto. Ainda assim, também deverá estar um representante de cada ramo científico.

Consegues dizer a cada homem onde se deve sentar?

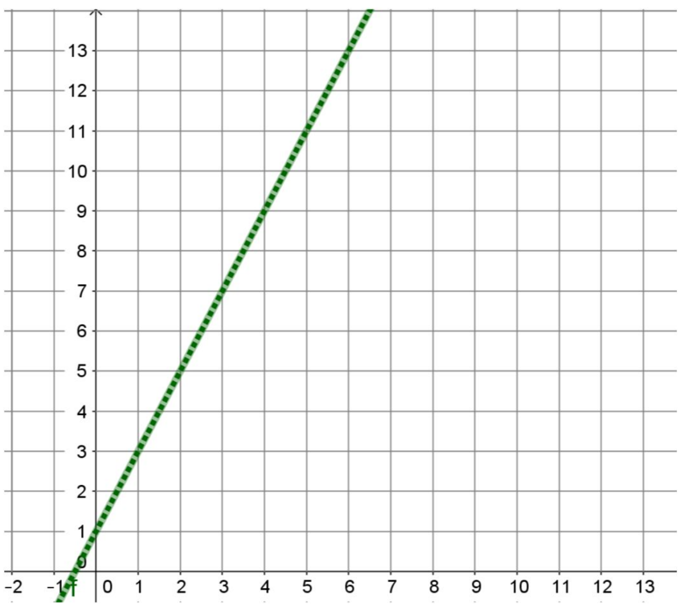
3. Cadrados á sombra

Colocamos cadrados baixo unha recta tal e como se pode ver na figura:



a) Cales serían as coordenadas dos vértices superiores do seguinte cadrado (o 5º da serie)? E do cadrado 10º?

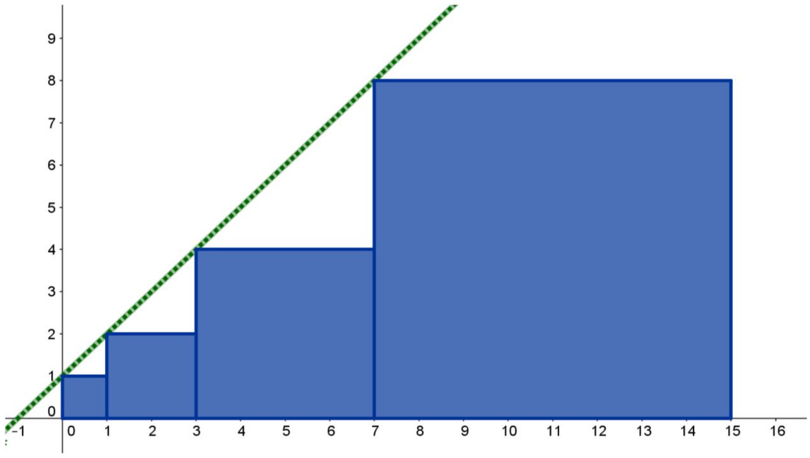
b) Temos agora a seguinte recta:



Se colocásemos cadrados baixo esta recta do mesmo xeito que no apartado anterior, calcula as coordenadas dos vértices superiores dos que ocupan o lugar 5º e 10º da serie.

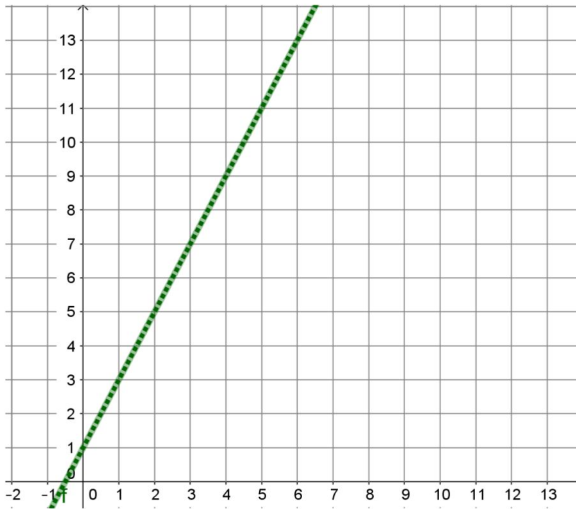
3. Quadrados à sombra

Colocámos os quadrados e uma reta como se observa na figura:



A) Quais serão as coordenadas dos vértices superiores do 5º quadrado da sequência? E do 10º?

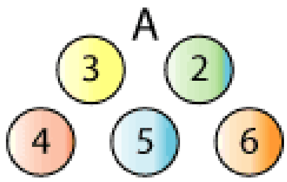
B) Agora temos a seguinte reta:



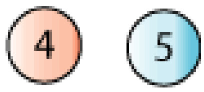
Colocando quadrados da mesma forma que na alínea anterior, calcula as coordenadas dos vértices superiores dos que ocupam o 5º e o 10º lugar da sequência.

4. Quen gaña?

A) Temos un conxunto de bolas numeradas para un xogo:



Para xogar, as bolas son mesturadas e elíxense dúas xuntas ao chou. Por exemplo:

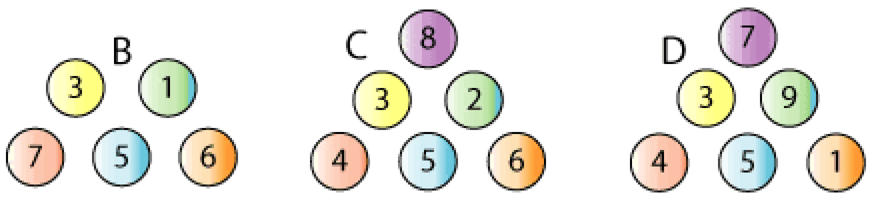


Os números das dúas bolas súmanse: 4+5=9

Se o total é par, gañas. Se é impar, perdes.

Podes xustificar se se trata dun xogo xusto ou non?

B) Temos agora tres novos conxuntos de bolas:



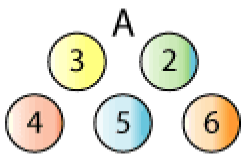
Cal deles elixirías para optimizar as túas opcións de vitoria?

C) Que porcentaxe de veces esperarías gañar?

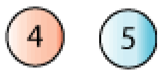
D) É posible crear un conxunto de 5 bolas numeradas (con cifras diferentes en cada unha delas, do 1 ao 9) que dean lugar a un xogo xusto?

4. Quem ganha?

A) Temos um saco com um conjunto de bolas numeradas:



Para jogar, misturamos as bolas e retiramos duas ao acaso. Por exemplo,

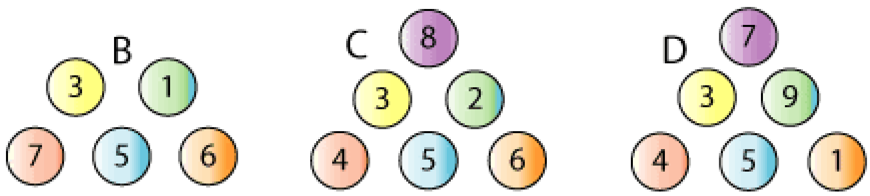


De seguida somamos os números das duas bolas: 4+5=9

Quando o total da soma for par, ganhas. Quando for ímpar, perdes.

Podes justificar se se trata de um jogo justo ou injusto?

B) Temos agora três novos conjuntos de bolas:



Qual deles escolhias para otimizar as tuas opções de vitórias?

C) **Que percentagem de vezes esperas ganhar com a escolha que fizeste na questão anterior?**

É possível criar um conjunto de cinco bolas numeradas (com números entre 1e 9) que dão lugar a um jogo justo?

5. Un fabricante de salsa de tomate listo

Un fabricante de salsa de tomate embala latas de 10 cm de diámetro en caixóns cadrados de 80 cm de lado.

Como un estudo de mercado lle indicou que esas latas eran demasiado grandes, o fabricante decide cambialas por outras cilíndricas, como as anteriores e da mesma altura pero de 5 cm de diámetro.

Para embalar as latas, o fabricante segue utilizando as mesmas caixas cadradas de 80 cm de lado, para aforrar cartos.

A) As caixas que conteñen as novas latas pequenas, conterán máis ou menos salsa de tomate que cando estaban cheas de latas grandes?

(Non se terá en conta o espesor das paredes das latas)

B) E se as latas foran de 6 cm de diámetro. As caixas que conteñen as novas latas non tan pequenas, conterán máis ou menos salsa de tomate que cando estaban cheas de latas grandes?

C) Cales deben ser as dimensións en valores enteiros do diámetro das latas, para que sempre usemos a mesma cantidade de salsa de tomate para encher as caixas?

5. Um fabricante de molho de tomate astuto

Um fabricante de molho de tomate embala latas de 10 cm de diâmetro, em caixotes com base quadrada de 80 cm de lado.

Através de um estudo de mercado percebeu que as latas eram demasiado grandes. Assim, o fabricante decidiu trocá-las por outras cilíndricas, tal como as anteriores, mantendo a mesma altura, mas com 5 cm de diâmetro.

Para embalar as latas, o fabricante continua a utilizar os mesmos caixotes quadrados de 80 cm de lado, para economizar dinheiro.

A) Os caixotes que contêm as novas latas pequenas, contêm mais ou menos molho de tomate do que quando estavam cheias com as latas maiores?

(Não se terá em conta a espessura das paredes das latas)

B) E se as latas fossem de 6 cm de diâmetro? Os caixotes que contêm as novas latas, não tão pequenas, conterão mais ou menos quantidade de molho de tomate do que quando estavam cheios com as latas grandes?

C) Qual pode ser a dimensão (num número inteiro) do diâmetro das latas, para que a quantidade de molho de tomate quando enchemos os caixotes seja a mesma da inicial?