

Função inversa de uma função - Resolução

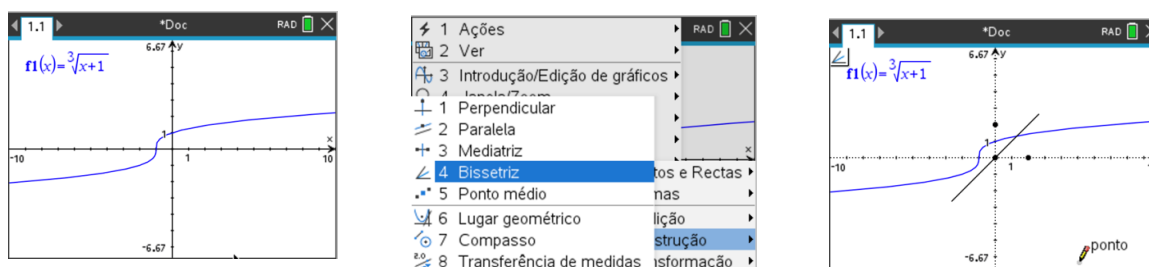
Esta atividade pretende que os alunos percebam o conceito de função inversa e como estão relacionados os seus gráficos, possibilitando a visualização da relação que existe entre as coordenadas das duas funções.

1. Considera a função $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$

- representa graficamente a função indicada e constrói a bissetriz dos quadrantes ímpares;

Para efetuar uma representação gráfica da função f escrever a expressão no editor de expressões e premir **enter**.

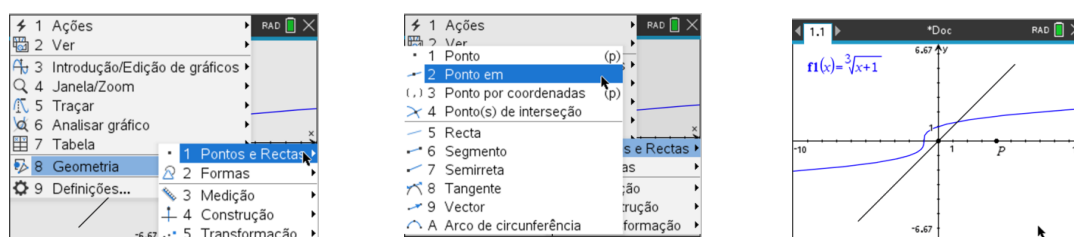
Para que posteriormente seja possível marcar um ponto que resulte da reflexão de outro ponto, a bissetriz dos quadrantes ímpares tem de ser uma construção geométrica e não o gráfico de uma função afim.



- marca no eixo dos xx um ponto P , de abcissa a

Para marcar um ponto P no eixo dos xx em **menu 8: Geometria, 1: Pontos e Rectas** e **2: Ponto em** selecionar o eixo pretendido e premir **enter**.

Para colocar a letra P , com o cursor no ponto, premir **ctrl menu**, selecionar **2: Etiqueta** e escrever a letra pretendida.



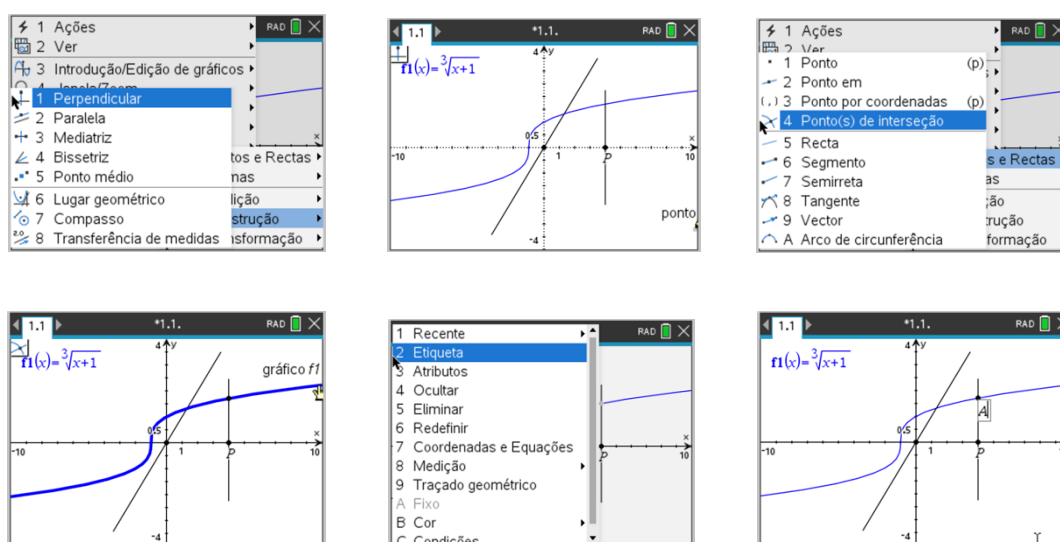
Função Inversa

Proposta de Resolução com a TI-nspire

- marca no gráfico da função f o ponto $A(a, f(a))$;

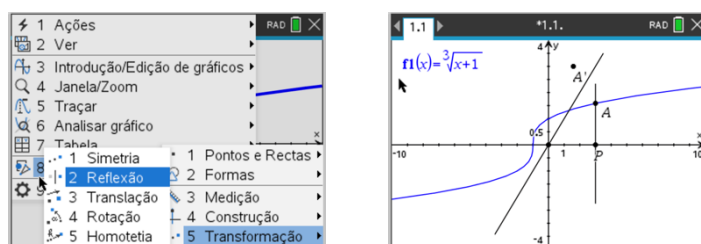
Para marcar um ponto A no gráfico da função f , de modo que tenha abcissa igual à abcissa do ponto P, deve-se construir uma reta perpendicular ao eixo dos xx no ponto P, assim em **menu** **8: Geometria**, **4: Construção** e **1: Perpendicular** seleccionar o eixo pretendido, seguido do ponto P e premir **enter**.

Para obter o ponto A, efetuar a interseção entre a reta construída e o gráfico da função f .



- constrói também um ponto A' obtido a partir de uma reflexão do ponto A em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares;

Para obter o ponto A' em **menu** **8: Geometria**, **5: Transformação** e **2: Reflexão** seleccionar o eixo de reflexão e, em seguida no ponto a refletir.

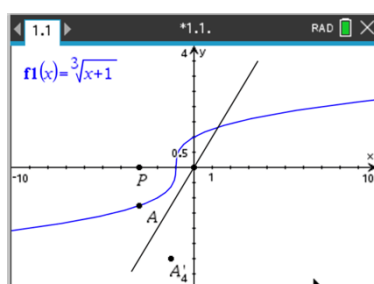


Função Inversa

Proposta de Resolução com a TI-nspire

- confirma que, ao movimentares o ponto P , o ponto A' se desloca segundo o indicado na figura.

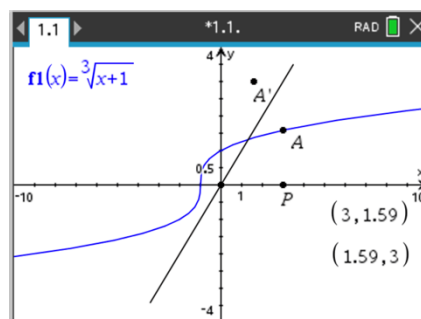
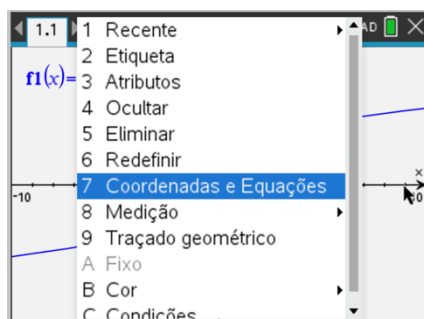
Para movimentar o ponto P , aproxima o cursor do ponto até aparecer o símbolo  e pressiona  de forma continuada até que fique com a forma de mão fechada ().



- 1.1. Visualiza as coordenadas do ponto A e do ponto A' . Que relação existe entre as coordenadas destes dois pontos?

Para visualizar as coordenadas de um ponto deve-se aproximar o cursor do ponto pretendido e premir   e seleccionar **7: Coordenadas e Equações**.

O aluno deve ser capaz de concluir que a abcissa do ponto A é igual à ordenada do ponto A' e a ordenada do ponto A é igual à abcissa do ponto A' .

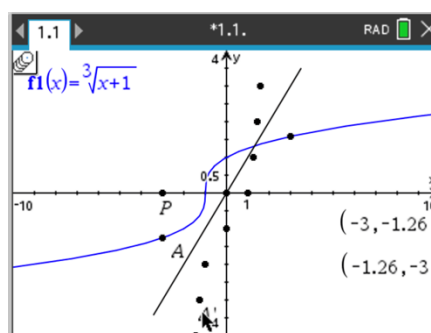
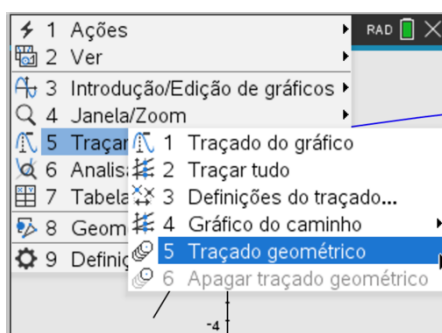


Função Inversa

Proposta de Resolução com a TI-nspire

- 1.2. Obtém o “rasto” do ponto A' , ativando o traçado geométrico e movimentando o ponto P .

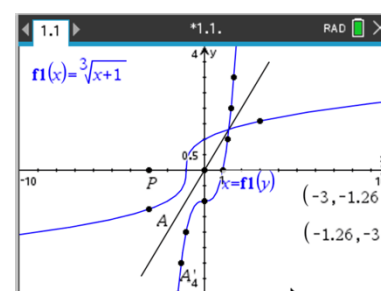
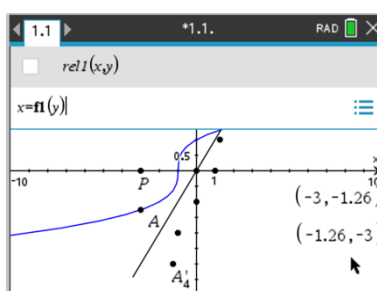
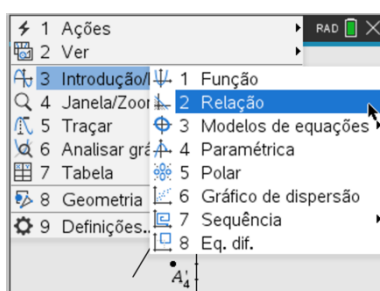
Para obter o “rasto” do ponto A' em **menu** 5: Traçar, 5: Traçado geométrico selecionar o ponto A' e arrastar o ponto P .



- 1.3. No **menu**, 3: Introdução/Edição de gráficos, 2: Relação escreve $x = f_1(y)$.

Que observas?

É suposto o aluno concluir que o gráfico se sobrepõe sobre o rasto deixado pelo ponto A' .

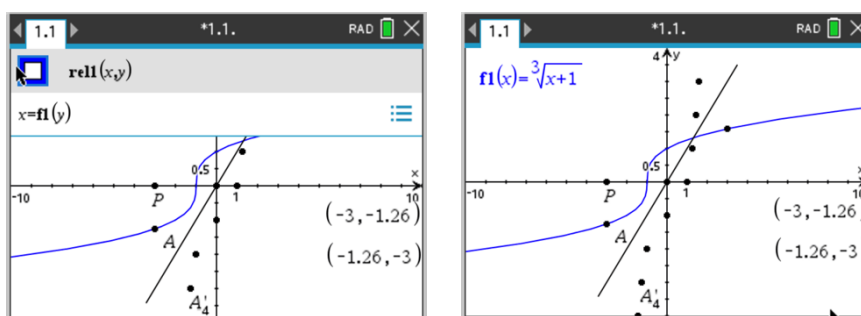


Função Inversa

Proposta de Resolução com a TI-nspire

- 1.4. Oculta o gráfico obtido na alínea anterior e determina, analiticamente, a expressão $f^{-1}(x)$, representa-a graficamente e confirma que o gráfico coincide com o traçado geométrico do ponto A' .

Para ocultar o gráfico obtido deve aceder ao editor de funções a partir do tab e com o cursor clicar no certo de modo a retirá-lo.



De seguida, determina a expressão da função inversa analiticamente:

$$y = \sqrt[3]{x+1} \Leftrightarrow y^3 = x+1 \Leftrightarrow x = y^3 - 1$$

$$f^{-1}(x) = x^3 - 1$$

