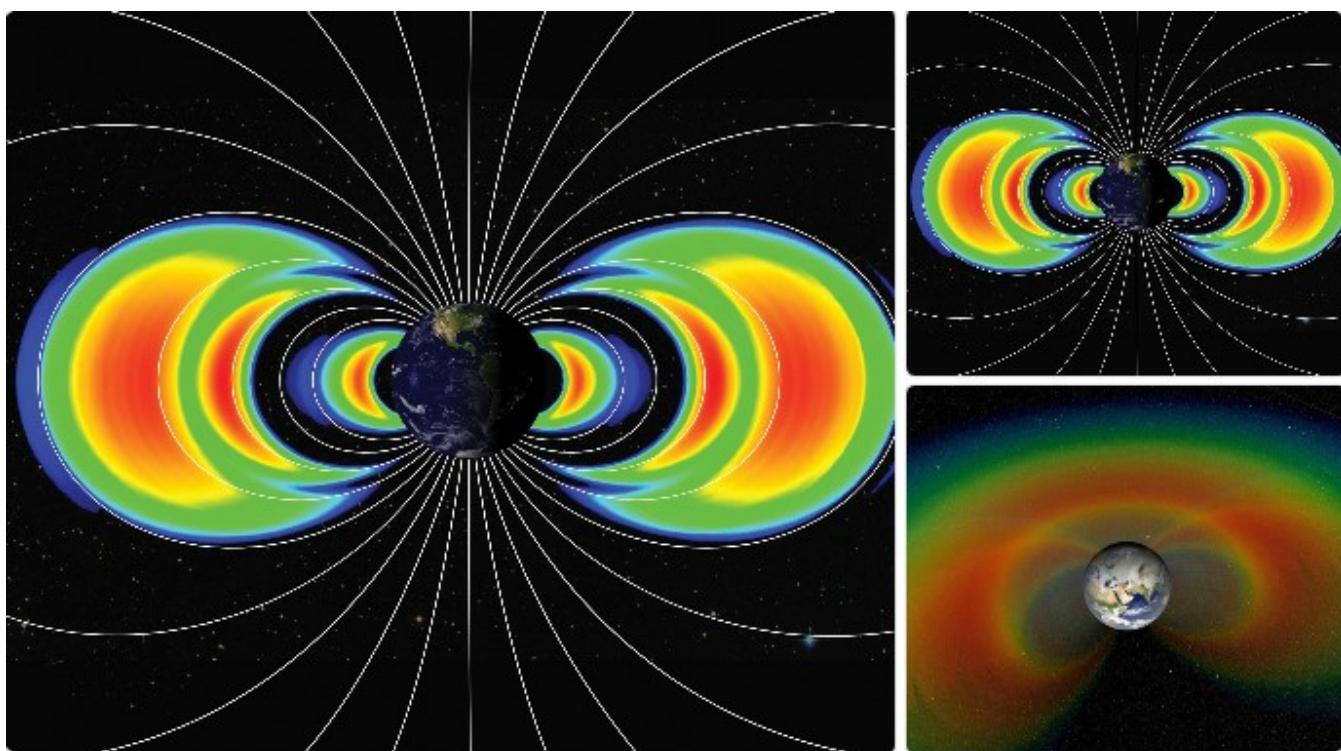


Nome _____ Número _____ Turma _____

Trabalho de Projeto - Proposta 2

Cintura de Van Allen

A radiação na Cintura de Van Allen, região do campo magnético terrestre onde se acumulam partículas carregadas, varia com a distância ao centro da Terra e pode ser modelada por funções polinomiais de grau elevado, como as usadas em projetos da NASA (SpaceMath@NASA).



As cinturas de Van Allen são regiões ao redor da Terra com partículas carregadas presas pelo campo magnético. Um modo simples de modelar a variação da intensidade de radiação (em unidades arbitrárias) com a distância magnética (parâmetro L) é ajustar um **polinómio de 6.º grau** a um conjunto de **7 pontos experimentais**.

Com este projeto, pretende-se:

- Construir e analisar um modelo polinomial (de grau 6) que descreva o comportamento da intensidade da radiação;
- Usar a calculadora gráfica Casio fx-CG50 para representar, ajustar e interpretar o modelo.
- Relacionar o comportamento matemático com o fenómeno físico.

1. Questão

Como podemos representar matematicamente a variação da intensidade da radiação nas Cinturas de Van Allen, através de um **polinómio de 6.º grau**, ajustado por **interpolação**, utilizando a **calculadora gráfica CG-50**?

2. Pesquisa e recolha de dados

Os alunos devem recolher **dados** sobre a intensidade da radiação em função da distância ao centro da Terra.

Exemplo de dados simulados (baseados em modelos da NASA).

Dados retirados de exercícios da plataforma SpaceMath@NASA, relacionados com a variação da radiação nas Cinturas de Van Allen.

L (distância magnética)	1	2	3	4	5	6	7
I (intensidade de radiação, u.a.)	0.4	5.0	1.6	4.2	1.2	0.6	0.3

O que representam as colunas?

- L – Representa a distância magnética (ou parâmetro de McIlwain), medida em múltiplos do raio da Terra (R_E).
É uma forma de indicar a que altitude ou zona do campo magnético estamos a observar.
Assim:
 - $L=1 \rightarrow$ superfície da Terra (ou muito próxima);
 - $L=2,3,\dots,7 \rightarrow$ pontos cada vez mais afastados da Terra, até cerca de 7 raios terrestres de distância ($\sim 45\,000$ km).
 - I (u.a.) – representa a intensidade relativa da radiação nas Cinturas de Van Allen, em unidades arbitrárias (u.a.).
-

Significado físico dos valores

- Quando $L = 1$, a intensidade $I=0.4$: a radiação é muito baixa, porque a atmosfera e o campo magnético bloqueiam a maior parte das partículas.
- Aumentando para $L = 2$, a radiação cresce bruscamente para $I=5.0$: é o **primeiro máximo** — corresponde à **cintura interna de Van Allen**, rica em prótons de alta energia.
- Em $L = 3$, o valor desce para $I=1.6$: zona intermédia de menor radiação.
- Em $L = 4$, volta a subir para $I=4$: é o **segundo máximo**, associado à **cintura externa**, dominada por elétrons energéticos.
- Depois de $L=5$, I volta a decrescer gradualmente até 0.30 em $L=7$: a radiação dispersa-se e o campo magnético já não a aprisiona eficazmente.

3. Interpolação polinomial — construção do polinómio de grau 6 por Newton ou Lagrange.

A calculadora não determina a regressão polinomial usando polinómios de grau superior a 4.

Interpolação polinomial (forma de Newton).

```
def newton_coef(xs, ys):
    n = len(xs)
    a = ys[:]
    j = 1
    while j < n:
        i = n - 1
        while i >= j:
            a[i] = (a[i] - a[i-1]) / (xs[i] - xs[i-j])
            i -= 1
        j += 1
    return a

# Dados 7 pontos
xs = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]
ys = [0.4, 5, 1.6, 4.2, 1.2, 0.6, 0.3]

a = newton_coef(xs, ys)

print("Coeficientes de Newton:")
i = 0
while i < len(a):
    print("a[%d] = %.4f" % (i, a[i]))
    i += 1
```

Execução do programa

Diferenças divididas (coeficientes de Newton)

a[0]	=	0.4000
a[1]	=	4.6000
a[2]	=	-4.0000
a[3]	=	2.3333
a[4]	=	-1.0667
a[5]	=	0.3767
a[6]	=	-0.1040

RUN A↔a CHAR

O polinómio na **forma de Newton** é:

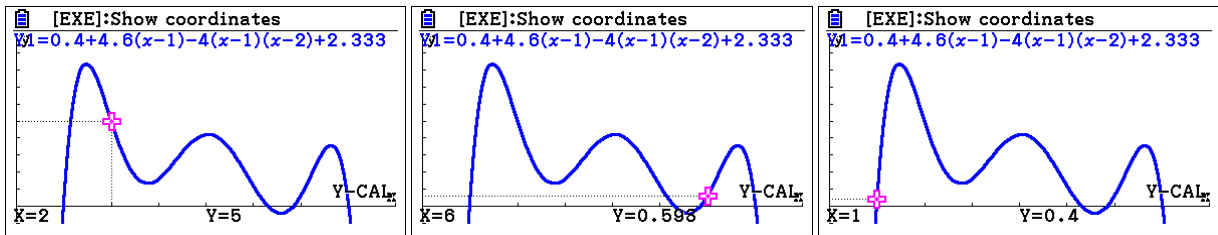
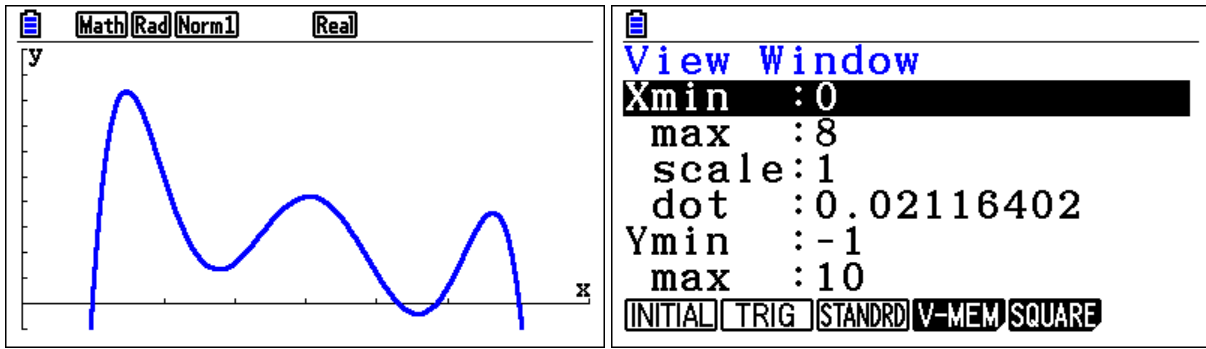
$$P_6(x) = 0,4 + 4,6(x-1) - 4(x-1)(x-2) + 2,3333(x-1)(x-2)(x-3) - 1,0667(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) + 0,3767(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) - 1,1040(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6).$$

Calculadora

<p>Math Rad Norm1 Real</p> <p>Graph Func :Y=</p> <p>Y1=0.4+4.6(x-1)-[]</p> <p>Y2: []</p> <p>Y3: []</p> <p>Y4: []</p> <p>Y5: []</p> <p>Y6: []</p> <p>SELECT DELETE TYPE TOOL MODIFY DRAW</p>	<p>Math Rad Norm1 Real</p> <p>Graph Func :Y=</p> <p>Y1=4(x-1)(x-2)+2.33</p> <p>Y2: []</p> <p>Y3: []</p> <p>Y4: []</p> <p>Y5: []</p> <p>Y6: []</p> <p>Y r Xt Yt X</p>	<p>Math Rad Norm1 Real</p> <p>Graph Func :Y=</p> <p>Y1=3(x-1)(x-2)(x-3)</p> <p>Y2: []</p> <p>Y3: []</p> <p>Y4: []</p> <p>Y5: []</p> <p>Y6: []</p> <p>Y r Xt Yt X</p>
---	---	---

<p>Math Rad Norm1 Real</p> <p>Graph Func :Y=</p> <p>Y1=.0667(x-1)(x-2)</p> <p>Y2: []</p> <p>Y3: []</p> <p>Y4: []</p> <p>Y5: []</p> <p>Y6: []</p> <p>Y r Xt Yt X</p>	<p>Math Rad Norm1 Real</p> <p>Graph Func :Y=</p> <p>Y1=-3(x-4)+0.3767</p> <p>Y2: []</p> <p>Y3: []</p> <p>Y4: []</p> <p>Y5: []</p> <p>Y6: []</p> <p>Y r Xt Yt X</p>
--	---

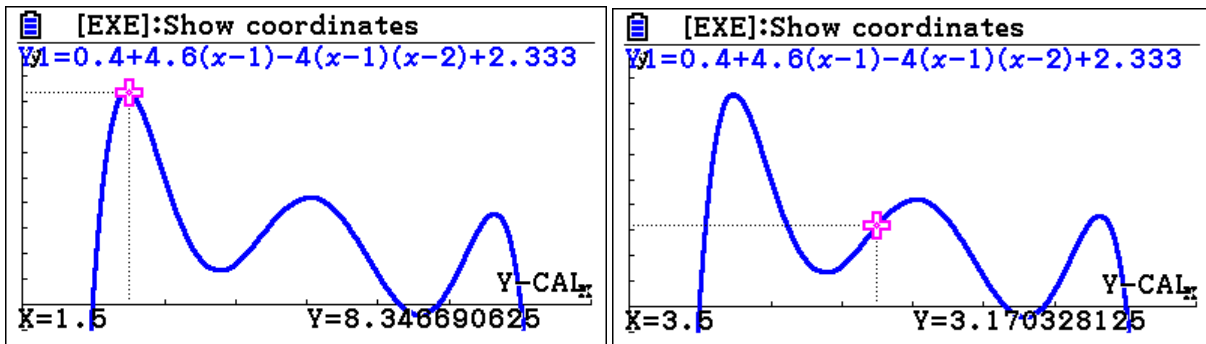
<p>Math Rad Norm1 Real</p> <p>Graph Func :Y=</p> <p>Y1=(x-4)(x-5)(x-6)</p> <p>Y2: []</p> <p>Y3: []</p> <p>Y4: []</p> <p>Y5: []</p> <p>Y6: []</p> <p>Y r Xt Yt X</p>
--

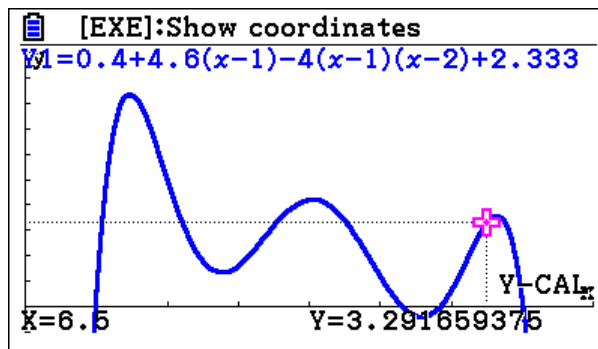


Uma vez que arredondamos os coeficientes de Newton à quarta casa decimal, podem surgir pequenos erros de arredondamento.

Avaliações e validação

Exemplos de avaliação



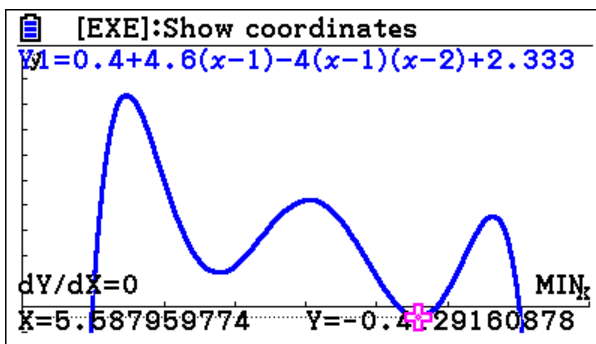
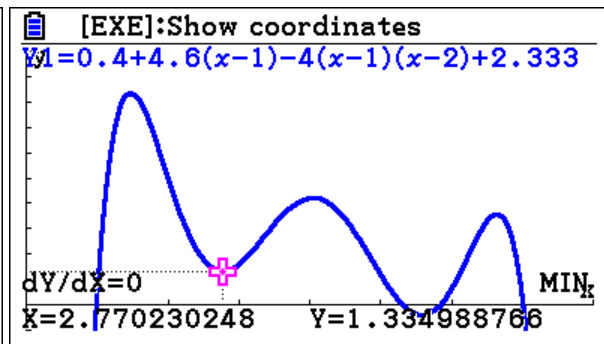
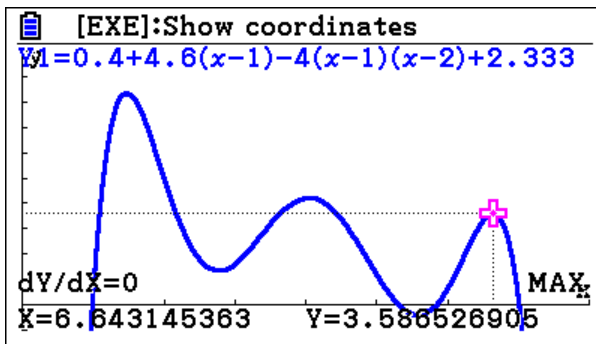
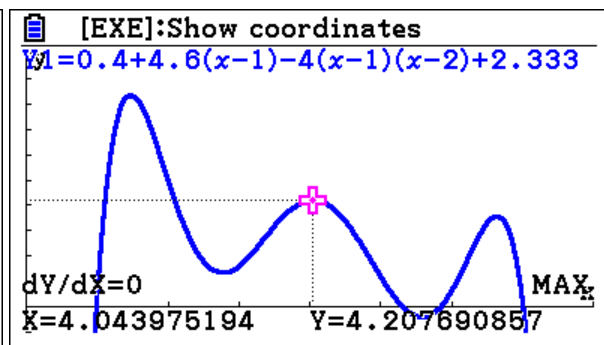
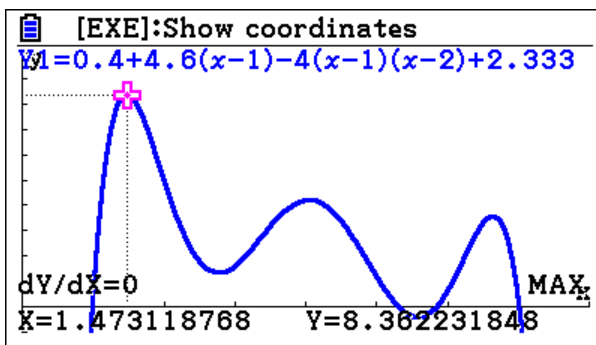


$$P(1,5) = 8,34689$$

$$P(3,5) = 3,1703$$

$$P(6,5) = 3,2916$$

Extremos



- **Máximos relativos**

$$x \approx 1,4731 \rightarrow P \approx 8,3622$$

$$x \approx 4,0439 \rightarrow P \approx 4,2076$$

$$x \approx 6,6431 \rightarrow P \approx 3,5865$$

- **Mínimos relativos**

$$x \approx 2,7702 \rightarrow P \approx 1,3349$$

$$x \approx 5,5879 \rightarrow P \approx -0,4229$$

Leitura física: os máximos perto de $x = 1,5$ e $x = 4$. alinham-se qualitativamente com as duas cinturas (interna/externa). O “pico” perto de $x = 6,5$ e o mínimo negativo mostram a **limitação** do modelo polinomial alto.

O que se pode concluir:

- A radiação não é constante – varia de forma irregular com a distância.
- O gráfico tem dois picos principais, correspondentes às duas cinturas de radiação.
- A forma geral pode ser modelada por um polinómio de 6.º grau, que passa por todos os pontos da tabela (interpolação).
- Este polinómio permite:
 - Estimar valores de radiação entre os pontos medidos;
 - Identificar máximos e mínimos relativos (também podem ser usadas derivadas).
 - Visualizar de modo matemático o comportamento das cinturas de Van Allen.