
PROGRAMA 1

Distância entre dois pontos

APRENDIZAGENS ESSENCIAIS | ARTICULAÇÃO COM O PERFIL DOS ALUNOS 10.º ANO | SECUNDÁRIO | Matemática A

TEMAS, Tópicos e Subtópicos matemáticos

Geometria. Geometria analítica no plano. Coordenadas de pontos num referencial cartesiano

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM:

Reconhecer, analisar e aplicar na resolução de problemas:

- fórmula da distância entre dois pontos;

AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR

(Propor a construção de um programa simples em Python que permita determinar a distância, dadas as coordenadas de dois pontos.)

Áreas de Competência do Perfil dos Alunos

Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos.

Construir um programa em python para:

Determinar a distância entre dois pontos a partir das suas coordenadas.

Algoritmo Distância entre pontos

Ler:

Coordenadas do ponto A

Coordenadas do ponto B

Calcular:

$$(x_2 - x_1)^2$$

$$(y_2 - y_1)^2$$

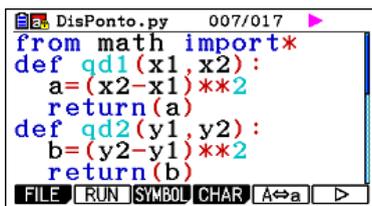
$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Devolver:

Distância entre os dois pontos

O que se pretende	Escrita em python
Importar biblioteca math	from math import*
Criar função para quadrado da diferença	def qd1(x1,x2):
Quadrado da diferença das abcissas	a=(x2-x1)**2
Devolve valor calculado	return(a)
Criar função para quadrado da diferença	def qd2(y1,y2):
Quadrado da diferença das ordenadas	b=(y2-y1)**2
Devolve valor calculado	return(b)
Escrever “Coordenadas do Ponto A”	print(“Coordenadas do Ponto A”)
Recolher abcissa do ponto A	x1=float(input(“x1= ”))
Recolher ordenada do ponto A	y1=float(input(“y1= ”))
Escrever “Coordenadas do Ponto B”	print(“Coordenadas do Ponto B”)
Recolher abcissa do ponto B	x2=float(input(“x2= ”))
Recolher ordenada do ponto B	y2=float(input(“y2= ”))
Executar a função qd1 com os dados recolhidos	a=qd1(x1,x2)
Executar a função qd2 com os dados recolhidos	b=qd2(y1,y2)
Determinar a distância entre os dois pontos	d=sqrt(a+b)
Escrever a distância entre os dois pontos	print(“A distancia entre os pontos e “,d)

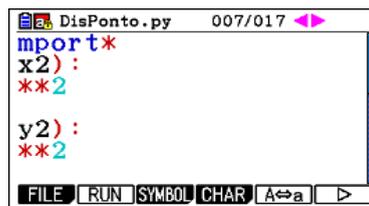
No Editor



```

from math import*
def qd1(x1, x2):
    a=(x2-x1)**2
    return(a)
def qd2(y1, y2):
    b=(y2-y1)**2
    return(b)

```



```

x2):
**2
y2):
**2

```

```

DisPonto.py 008/017 ▶
print("Coordenadas do
x1=float(input("x1= "
y1=float(input("y1= "
print("Coordenadas do
x2=float(input("x2= "
y2=float(input("y2= "
a=qd1(x1,x2)

```

```

DisPonto.py 008/017 ◀
denadas do ponto A")
put("x1= ")
put("y1= ")
denadas do ponto B")
put("x2= ")
put("y2= ")
)

```

```

DisPonto.py 017/017 ▶
print("Coordenadas do
x2=float(input("x2= "
y2=float(input("y2= "
a=qd1(x1,x2)
b=qd2(y1,y2)
d=sqrt(a+b)
print("A distancia en

```

```

DisPonto.py 017/017 ◀
ponto B")
))
))
tre os pontos e ",d)

```

No Shell

```

x1= 1
y1= 2
Coordenadas do ponto
x2= 3
y2= 4
ntos e 2.828427124▶
>>>

```

PROGRAMA 2

Salário Líquido

APRENDIZAGENS ESSENCIAIS | ARTICULAÇÃO COM O PERFIL DOS ALUNOS 10.º ANO | SECUNDÁRIO | Matemática A

TEMAS, Tópicos e Subtópicos matemáticos

Modelos matemáticos em finanças Matemática nos salários

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM:

Reconhecer as diferenças entre salário bruto e salário líquido

AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR

Dinamizar a realização de simulações relacionadas com processamento de salários (em que sejam utilizados os conceitos de vencimento líquido, salário bruto, abonos e descontos), promovendo a construção de uma folha de cálculo.

Sugerir em grande grupo: - uma discussão que inclua a identificação de diferentes formas de referência aos rendimentos e dificuldades de comparação (ex: rendimento anual, salário mensal, rendimento por hora); - a análise de exemplos relacionados com o processamento dos vencimentos (ex: recibos); - a pesquisa e análise de tabelas de IRS, identificação dos escalões aplicáveis e discussão sobre a progressividade deste imposto.

Áreas de Competência do Perfil dos Alunos

Trabalha com recurso a materiais, instrumentos, ferramentas, máquinas e equipamentos tecnológicos, relacionando conhecimentos técnicos e científicos

Construir um programa em python para:

Calcular o valor do salário líquido de um mês, introduzindo o valor do salário bruto e o número de dias de subsídio de refeição.

Considerando que a parcela da ADSE corresponde a 3,5% do salário bruto, o valor para a Caixa Geral de Aposentações corresponde a 11% do salário bruto e a retenção para o IRS é 23,4% do salário bruto.

Algoritmo Salário líquido

Ler:

SB: Salário Bruto

n: número de dias de subsídio de refeição (mensal)

Calcular:

SR: Subsídio de refeição: $n * 5,2$ euros

ADSE: $SB * 0,035$

CGA: $SB * 0,11$

IRS: $SB * 0,234$

TA: $SB + SR$ (total de abonos)

TD: $ADSE + CGA + IRS$ (Total de descontos)

SL: $TA - TD$ (Salário Líquido)

Devolver:

Subsídio de refeição

Total de abonos

Total de descontos

Salário Líquido

O que se pretende	Escrita em python
Ler salário bruto (SB)	<code>SB = float(input("SB="))</code>
Ler número de dias de subsídio de refeição (n)	<code>n=int(input("n="))</code>
Calcular subsídio de refeição (SR)	<code>SR=n*5.2</code>
Escrever "Sub de refeição:" e o seu valor	<code>print("Sub Refeicao: ",SR)</code>
Calcular o desconto para ADSE	<code>ADSE=SB*0.035</code>
Calcular o desconto para a CGA	<code>CGA=SB*0.11</code>
Calcular o desconto para o IRS	<code>IRS=SB*0.234</code>
Calcular o total de abonos (TA)	<code>TA=SB+SR</code>
Escrever "T abonos" e o seu valor	<code>print("T Abonos:",TA)</code>
Calcular o total de descontos (TD)	<code>TD=ADSE+CGA+IRS</code>
Escrever "Total Descontos" e o seu valor	<code>print("T Descontos:",TD)</code>
Escrever "S líquido" e o seu valor	<code>print("S Liquido :",TA-TD)</code>

No Editor

<pre>Salario.py 001/014 SB=float(input("SB=")) n=int(input("n=")) SR=n*5.2 print("Sub Refeicao:") ADSE=SB*0.035 CGA=SB*0.11 IRS=SB*0.234</pre>	<pre>Salario.py 004/014 float(input("SB=")) (input("n=")) 5.2 ("Sub Refeicao:", SR) SB*0.035 B*0.11 B*0.234</pre>
<pre>Salario.py 012/014 CGA=SB*0.11 IRS=SB*0.234 TA=SB+SR print("T Abonos:", TA) TD=ADSE+CGA+IRS print("T Descontos:", TD) print("S Liquido:", TA-TD)</pre>	<pre>Salario.py 011/014 SB*0.234 B+SR t("T Abonos:", TA) DSE+CGA+IRS t("T Descontos:", TD) t("S Liquido:", TA-TD)</pre>

No Shell

```
SB=2306.83
n=20
Sub Refeicao: 104.0
T Abonos: 2410.83
T Descontos: 874.2885
S Liquido: 1536.54143
>>>|
[RUN] [↔a] [CHAR]
```

Extensão

Alterar o programa de forma que seja calculada a percentagem de retenção do IRS de acordo com o número de filhos, caso o trabalhador tenha 0, 1, 2, 3, 4, 5 ou mais filhos,

Zero filhos a retenção de IRS é **23,8%** do salário bruto.

Um filho a retenção de IRS é **23,4%** do salário bruto.

Dois filhos a retenção de IRS é **22,6%** do salário bruto.

Três filhos a retenção de IRS é **19,9%** do salário bruto.

Quatro filhos a retenção de IRS é **19,1%** do salário bruto.

Cinco filhos **ou mais** a retenção de IRS é **18,2%** do salário bruto.

Estes dados são para um professor que se encontra no sexto escalão, de acordo com a tabela de retenção na fonte para o Continente-2023-trabalhador dependente-casado dois titulares.

Ler:

SB: Salário Bruto

n: Número de dias de subsídio de refeição (mensal)

nf: número de filhos

Calcular:

SR: Subsídio de refeição: $n * 5,2$ euros

ADSE: $SB * 0.035$

CGA: $SB * 0.11$

se

nf=0

IRS: $SB * 0.238$

se

nf=1

IRS: $SB * 0.234$

se

nf=2

IRS: $SB * 0.226$

se

nf=3

IRS: $SB * 0.199$

se

nf=4

IRS: $SB * 0.191$

senão

nf ≥ 5

IRS: $SB * 0.182$

TA: $SB + SR$ (total de abonos)

TD: $ADSE + CGA + IRS$ (Total de descontos)

SL: $TA - TD$ (Salário Líquido)

Devolver:

Subsídio de refeição

Total de abonos

Total de descontos

Salário Líquido

O que se pretende	Escrita em python
Ler salário bruto (SB)	<code>SB = float(input("SB="))</code>
Ler número de dias de subsídio de refeição (n)	<code>n = int(input("n="))</code>
Ler número de filhos (nf)	<code>nf = int (input("nf=")</code>
Calcular subsídio de refeição (SR)	<code>SR=n*5.2</code>
Escrever "SR" e o seu valor	<code>print("SR: " ,SR)</code>
Calcular o desconto para ADSE	<code>ADSE=SB*0.035</code>
Calcular o desconto para a CGA	<code>CGA=SB*0.11</code>
Se nf for zero	<code>if nf==0:</code>
Calcular o desconto para o IRS	<code>IRS=SB*0.238</code>
se nf for um	<code>elif nf==1:</code>
Calcular o desconto para o IRS	<code>IRS=SB*0.234</code>
Se nf for dois	<code>elif nf == 2:</code>
Calcular o desconto para o IRS	<code>IRS=SB*0.226</code>
Se nf for três	<code>elif nf == 3:</code>
Calcular o desconto para o IRS	<code>IRS=SB*0.199</code>
Se nf for quatro	<code>elif nf==4:</code>
Calcular o desconto para o IRS	<code>IRS=SB*0.191</code>
senão	<code>else:</code>
Calcular o desconto para o IRS	<code>IRS=SB*0.182</code>
Calcular o total de abonos (TA)	<code>TA=SB+SR</code>
Escrever "T Abonos:" e o seu valor	<code>print("T Abonos:",TA)</code>
Calcular o total de descontos (TD)	<code>TD=ADSE+CGA+IRS</code>
Escrever "T de Descontos:" e o seu valor	<code>print("T Descontos:",TD)</code>
Escrever "S liquido:" e o seu valor	<code>print("S Liquido :",TA-TD)</code>

No Editor

<pre>sind.py 001/025 SB=float(input("SB=")) n=int(input("n=")) nf=int(input("nf=")) SR=n*5.2 print("SR=",SR) ADSE=SB*0.035 CGA=SB*0.11</pre>	<pre>sind.py 001/025 =float(input("SB=")) int(input("n=")) =int(input("nf=")) =n*5.2 int("SR=",SR) SE=SB*0.035 A=SB*0.11</pre>
<pre>sind.py 013/025 CGA=SB*0.11 if nf==0: IRS=SB*0.238 elif nf==1: IRS=SB*0.234 elif nf==2: IRS=SB*0.226</pre>	<pre>sind.py 019/025 IRS=SB*0.226 elif nf==3: IRS=SB*0.199 elif nf==4: IRS=SB*0.191 else: IRS=SB*0.182</pre>
<pre>sind.py 024/025 IRS=SB*0.182 TA=SB+SR TD=ADSE+CGA+IRS print("T Abonos:",TA) print("T Descontos:",TD) print("S Liquido:",TA-TD)</pre>	<pre>sind.py 024/025 S=SB*0.182 B+SR DSE+CGA+IRS t("T Abonos:",TA) t("T Descontos:",TD) t("S Liquido:",TA-TD)</pre>

No Shell

<pre>Total Descontos: 793. Salario Liquido: 1617. * SHELL Initialized * >>>from sind import * SB=2306.83 n=20 nf=5</pre>	<pre>n=20 nf=5 SR= 104.0 T Abonos: 2410.83 T Descontos: 754.3334 S Liquido: 1656.49659 >>></pre>	<pre>n=20 nf=0 SR= 104.0 T Abonos: 2410.83 T Descontos: 883.5158 S Liquido: 1527.31411 >>></pre>
---	---	---

PROGRAMA 3

APRENDIZAGENS ESSENCIAIS | ARTICULAÇÃO COM O PERFIL DOS ALUNOS 11.º ANO | SECUNDÁRIO | Matemática A

TEMAS, Tópicos e Subtópicos matemáticos

Sucessões Termo geral Definição por recorrência

OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM: Conhecimentos, Capacidades e Atitudes que o aluno deve revelar

Identificar e analisar: - regularidades em exemplos numéricos e pictóricos; - formas de gerar sucessões através de termos gerais e por recorrência.

Interpretar de forma crítica, informação, modelos e processos. Conhecer, aplicar e criar modelos presentes nas sucessões, tirando partido da tecnologia.

AÇÕES ESTRATÉGICAS DE ENSINO DO PROFESSOR

Estimular a discussão do tema de cada investigação que pode ser escolhido de entre uma lista de opções, como, por exemplo:

- Sucessão de Fibonacci e o número de ouro;

Valorizar aspetos relevantes da História da Matemática, ou o recurso à programação, sempre que for considerado relevante.

Sucessão de Fibonacci

A sucessão 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, ... é conhecida como *sucessão de Fibonacci* e está associada à resposta dada ao “problemas dos coelhos”.

Quantos casais de coelhos se tem ao fim de cada mês se se iniciar com um casal recém-nascido, sabendo que os casais de coelhos se tornam adultos com um mês de idade, e que com dois meses de idade são “pais” de um novo casal de coelhos e que, a partir daí, ao fim de cada mês, nasce um novo casal?

Esta sucessão aparece em muitos outros contextos, nomeadamente na natureza, na teoria de jogos, na análise de mercados financeiros, na arte, no retângulo de ouro, na espiral de Fibonacci, entre outros.

Construir um programa em python para:

Calcular um termo da sucessão de Fibonacci dada a sua ordem.

Algoritmo Fibonacci

1	1	2	3	5	8	13	21	34
penúltimo	último							
		1+1=2 pen + ult						
	penúltimo	último	1+2=3 pen + ult					
		penúltimo	último	2+3=5 pen + ult				
			penúltimo	último	3+5=8 pen + ult

Como podemos observar temos um ciclo, em que, para obter o termo seguinte, somamos o penúltimo termo com o último. O termo que pretendo saber é sempre o último.

Ler:

n , termo que quero calcular

Calcular

último =1

penúltimo = 1

Para o primeiro e para o segundo termo

escrever um

senão

para n maior que dois repetir

termo = último + penúltimo

último = termo

Devolver:

termo

O que se pretende	Escrita em python
ler n	n=int (input ("termo = "))
considerar o segundo termo igual a 1	ultimo = 1
considerar o primeiro termo igual a 1	penúltimo = 1
se n=1 ou n= 2	if (n ==1) or (n==2):
escreve 1	print("1")
senão	else:
para n maior do que dois repete	for i in range(2,n):
termo = último + penúltimo	termo = ultimo + penultimo
penultimo passa a ser o último	penultimo = ultimo
termo é o último	ultimo = termo
escreve o termo	print (termo)

No Editor

```

Fibonacci.py 001/012
n=int(input("termo="))
ultimo=1
penultimo=1
if (n==1) or (n==2):
    print("1")
else:
    for i in range(2,n)

```

```

Fibonacci.py 001/012
n=int(input("termo="))
ultimo=1
penultimo=1
if (n==1) or (n==2):
    print("1")
else:
    for i in range(2,n):

```

```

Fibonacci.py 012/012
else:
    for i in range(2,n):
        termo=ultimo+penultimo
        penultimo=ultimo
        ultimo=termo
    print (termo)

```

```

Fibonacci.py 008/012
for i in range(2,n):
    termo=ultimo+penultimo
    penultimo=ultimo
    ultimo=termo
print (termo)

```

No Shell

```

T Descontos: 874.2885
S Liquido: 1536.54143
* SHELL Initialized *
>>>from Fibonacci import
termo= 3
>>>

```

```

termo= 3
* SHELL Initialized *
>>>from Fibonacci import
termo= 5
>>>|

```

```

termo= 10
55
* SHELL Initialized *
>>>from Fibonacci import
termo= 12
144
>>>

```