

## Sessão Prática 3

### A calculadora gráfica nas A.E. de MACS

#### Tarefa 1 – Método de Borda

Nos Dias Casio + estão previstas quatro sessões práticas (S1, S2, S3 e S4) e todas vão decorrer no mesmo dia. Os professores que pretendem participar devem seleccionar a sua ordem de preferência. Depois da contagem, os resultados obtidos foram os seguintes:

Número de Votos	130	90	120	70
1ª	S 1	S 2	S 4	S 3
2ª	S 4	S 4	S 3	S 4
3ª	S 3	S 3	S 2	S 1
4ª	S 2	S 1	S 1	S 2

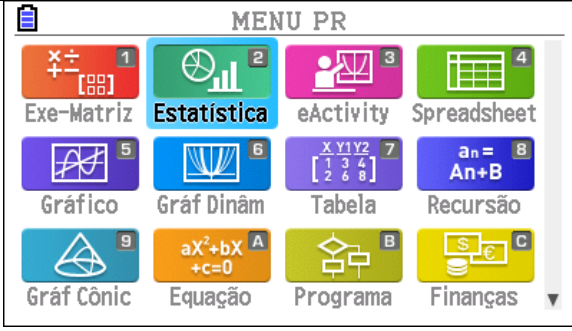
Indique a sessão prática que obteve maior pontuação utilizando o Método de Borda.

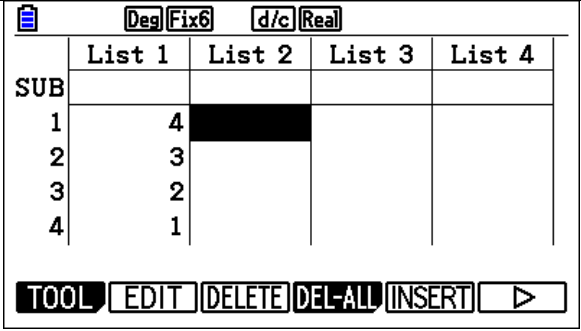
#### Proposta de Resolução:

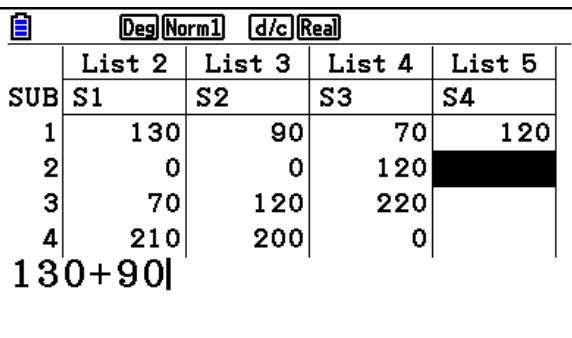
#### Procedimentos do Método da Contagem de Borda

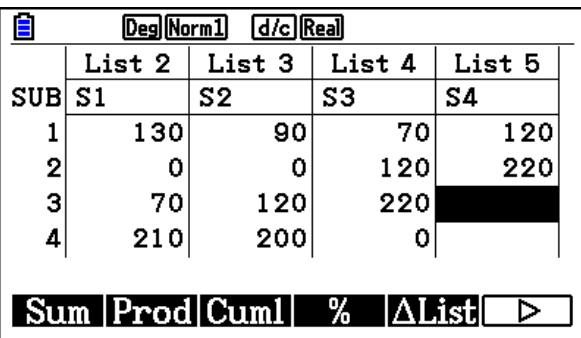
<b>1º Passo</b>	São atribuídos pontos a cada um dos candidatos, conforme a sua ordem de preferência. No caso de serem <b>n</b> candidatos, são atribuídos <b>n</b> pontos ao primeiro, <b>n-1</b> pontos ao segundo, e assim sucessivamente até ao último, que recebe 1 ponto.
<b>2º Passo</b>	Contabiliza-se a pontuação total de cada um dos candidatos.
<b>3º Passo</b>	Ordenam-se os candidatos de acordo com a pontuação e vence aquele que obtiver o maior número de pontos.

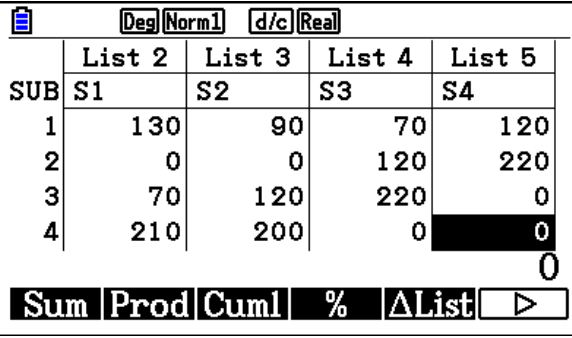
Usando o menu Estatística,

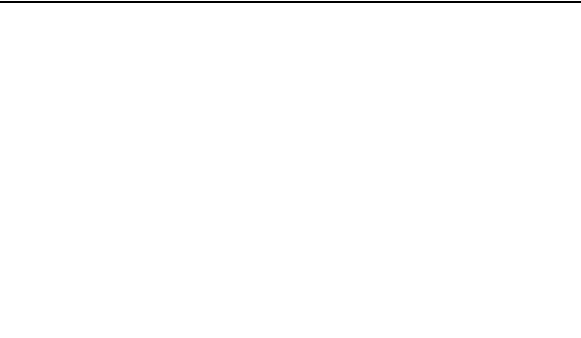




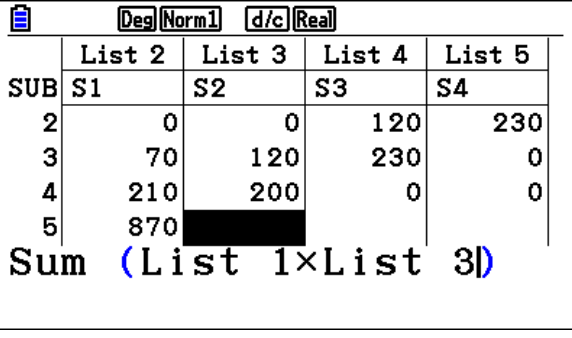


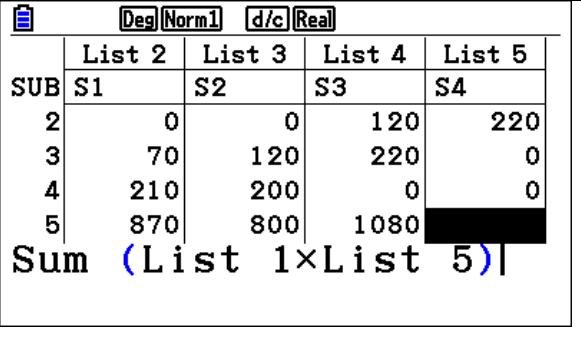






Para obter o total de cada uma das listas (2 à 5), colocar o cursor na célula no final de cada uma das colunas (linha 5) e inserir a fórmula tal como se mostra em algumas das imagens seguintes.





	Des	Norm1	d/c	Rea
	List 2	List 3	List 4	List 5
SUB	S1	S2	S3	S4
2	0	0	120	220
3	70	120	220	0
4	210	200	0	0
5	870	800	1080	1140
				1140
	Sum	Prod	Cuml	%
				ΔList

Pelo Método de Borda, S4 é a sessão prática com maior pontuação.

## Tarefa 2 – Distribuição Normal

Admita que uma população de jovens com 18 anos de idade realiza um teste de QI cujos resultados seguem uma distribuição normal de valor médio 100 e desvio padrão 15.

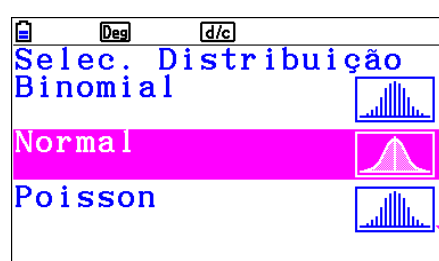
Recorrendo à calculadora:

- 1) Represente graficamente as situações seguintes e estime a percentagem de jovens que têm um QI:
  - a) Entre 110 e 119 (*inteligência acima da média*);
  - b) Superior ou igual a 120 (*inteligência superior ou muito superior*).
- 2) Estime o intervalo de QI centrado na média, que contém aproximadamente 77% da população.

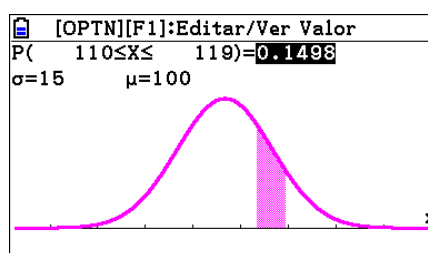
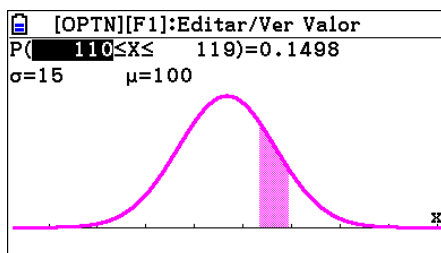
### Proposta de Resolução:

- 1) Entre no Menu Distribuição da calculadora gráfica e executar.

**Nota** – Caso não tenha este MENU na sua calculadora fx-CG50, basta atualizar a máquina através da página da Casio.

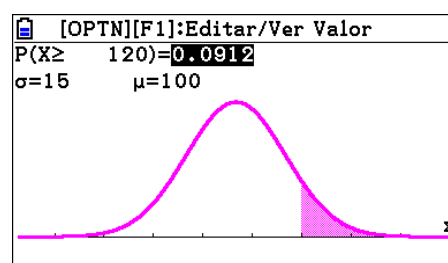
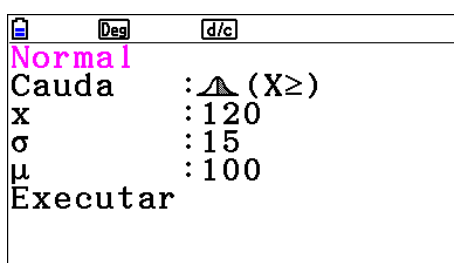


- a) Para introduzir os extremos do intervalo, valor médio e desvio padrão, pressione **F2**, obtendo de seguida os resultados seguintes.



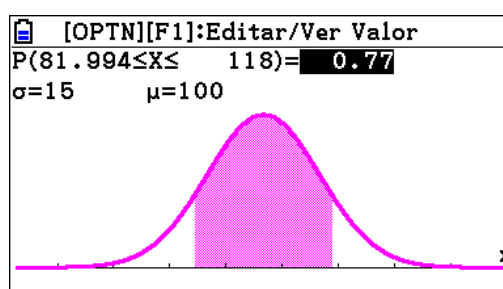
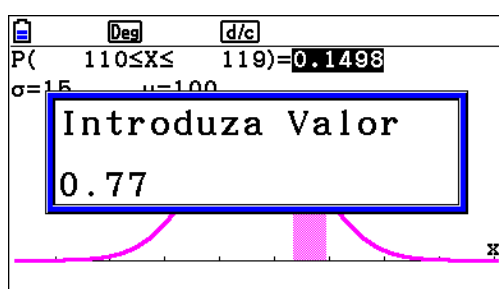
A percentagem de jovens com um QI entre 110 e 119 é aproximadamente 15%.

b) Pressionar **[F3]** para usar o modelo adequado a esta alínea e introduzir o valor 120.



A percentagem de jovens com um QI superior ou igual a 120 é aproximadamente 9%.

2) Usando o modelo da questão anterior, alínea a, posicionar o cursor sobre o valor obtido da probabilidade e escrever o valor da probabilidade 0,77 e executar com a tecla **[EXE]**.



De observar que se alteram os extremos do intervalo após introduzir o valor 0,77 que corresponde a 77%. O intervalo de QI, centrado na média e que contém 77% da população, é [82, 118].

### Tarefa 3 – Modelo Contínuo: Função logarítmica e exponencial

A ilha de Dujal é um dos destinos de férias mais procurados pelos clientes da agência de viagens

Ir&Voltar, devido à diversidade da sua flora.

Para preservar duas espécies de plantas, A e B, que, em dado momento, se encontravam em vias de extinção, foi criado, num viveiro, um projeto de reflorestação, com a duração de dois anos.

O número aproximado de plantas da espécie A e de plantas da espécie B, em centenas, existentes no viveiro, t meses após o início do projeto de reflorestação, é dado, respetivamente, pelas expressões

$$A(t) = 30 + 10 \ln(t^3 + 1) \quad e \quad B(t) = 10 + 1,26^t \quad \text{com } t \in [0, 24].$$

Assim, por exemplo, como  $A(7) \approx 88,406$  centenas, o número aproximado de plantas da espécie A existentes no viveiro, sete meses após o início do projeto, é 8841.

Determine ao fim de quantos dias, após o início do projeto, o número de plantas da espécie A era igual ao número de plantas da espécie B.

Apresente o resultado arredondado às unidades.

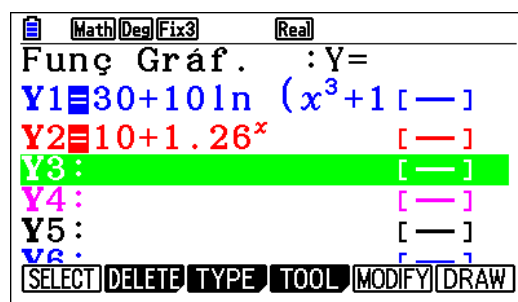
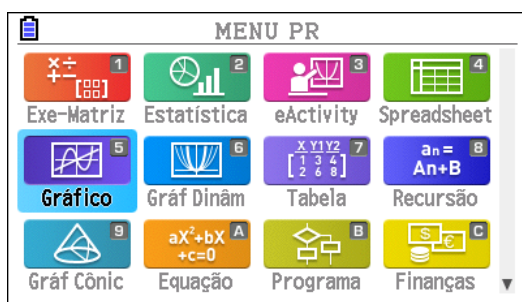
Admita que cada mês tem 30 dias.

Para responder a esta questão, recorra às capacidades gráficas da sua calculadora e apresente:

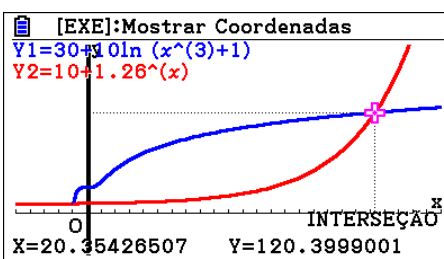
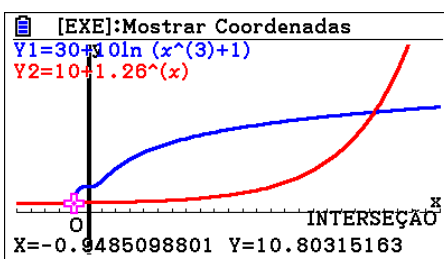
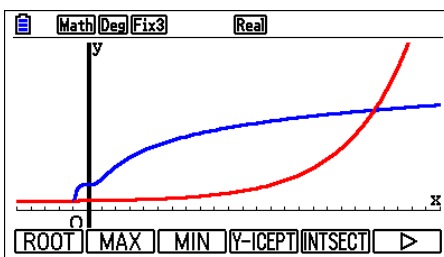
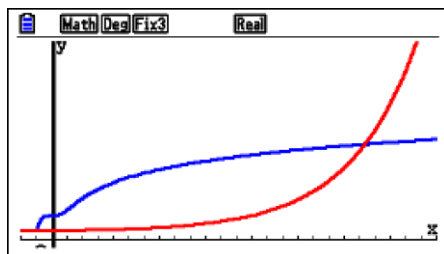
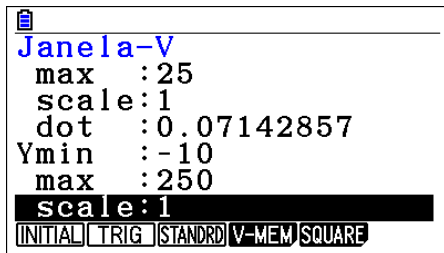
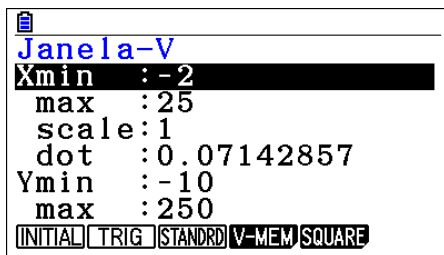
- o(s) gráfico(s) visualizado(s);
- a(s) abcissa(s) do(s) ponto(s) relevante(s), com arredondamento às centésimas.

### Proposta de Resolução:

Entrar no MENU Gráfico da calculadora gráfica para representar os modelos da variação do número de plantas das espécies A e B para os valores de x a variar entre 0 e 24, como se mostram reproduzidos nas imagens seguintes.



**Importante** – Verificar os valores do domínio e contradomínio da calculadora gráfica usando as funcionalidades da mesma.



Procedimentos da Calculadora Gráfica com um exemplo de valores a atribuir para a Janela de Visualização:

SHIFT F3 (V-Window)  
 (←) 2 EXE 2 5 EXE 1 EXE (▼)  
 (←) 1 0 EXE 2 5 0  
 EXE 1 EXE EXE F6 (DRAW)

**Nota** – Para regressar ao menu anterior executa-se a tecla **EXIT**

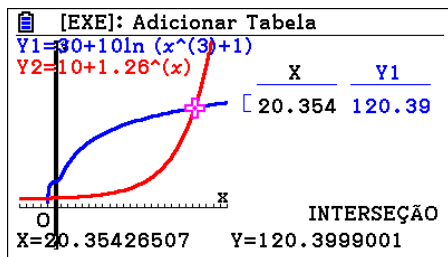
Para determinar os valores aproximados do ponto de interseção deve primeiro obter a representação gráfica e utilizar as seguintes funcionalidades da calculadora:

F5 (G-Solv) F5 (INTSECT) F5 EXE (▶)

(passa ao ponto de interseção cuja abcissa é positiva).

Considerando que o valor de  $x$  é positivo, o ponto tem de coordenadas (20,35; 120,4).

**Nota** - Como nem sempre o ponto aparece pouco visível, podemos recorrer à visualização do gráfico e tabela em

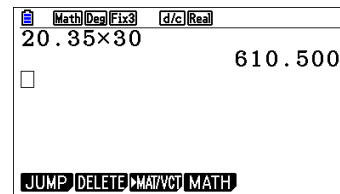


simultâneo.

Basta alterar em **F2** **SHIFT** **MENU** **▼** para “G to T” em Dual Screen.

Ao fim de 20,35 meses o número de plantas das duas espécies é igual.

Isto é, correspondendo às unidades, ao fim de  $20,35 \times 30 \approx 611$  dias.



#### Tarefa 4 – Intervalo de confiança para a proporção

Com o intuito de saber qual dos três destinos turísticos, Caraíbas, Dubai ou Maldivas, seria o mais pretendido pelos seus clientes, a responsável pelo marketing da agência de viagens Ir&Voltar selecionou, ao acaso, alguns dos clientes da agência, e estes indicaram o seu destino favorito de entre os destinos referidos.

Na Tabela seguinte, estão registadas as preferências indicadas pelos clientes selecionados.

Destino	Caraíbas	Dubai	Maldivas
N.º de Clientes	125	400	100

A amplitude de um intervalo de confiança para a proporção de clientes da Ir&Voltar que indicam o Dubai como destino favorito, em vez das Caraíbas ou das Maldivas, considerando a amostra de clientes constituída pela responsável do marketing, é 0,075264.

Determine o nível de confiança desse intervalo.

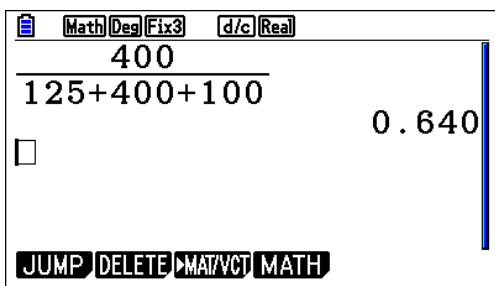
Na sua resposta, apresente o valor da proporção amostral.

Retirado e adaptado do Exame Nacional de MACS 2022, 1ª Fase.

#### Proposta de Resolução:

O número de inquiridos, ou seja, a dimensão da amostra é 625 ( $n = 125 + 400 + 100$ ).

A proporção de clientes da Ir&Voltar que indicam o Dubai como destino favorito relativa a esta amostra é igual a 0,64 como mostram os cálculos seguintes.

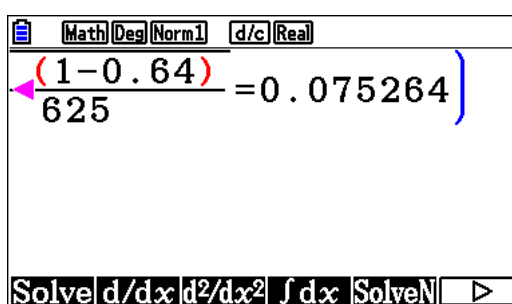
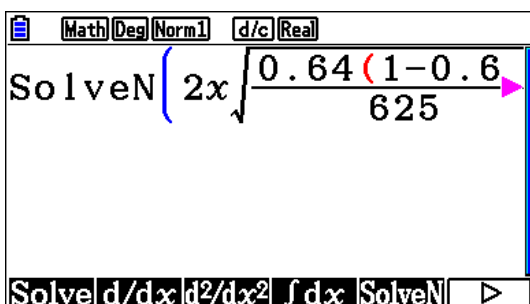
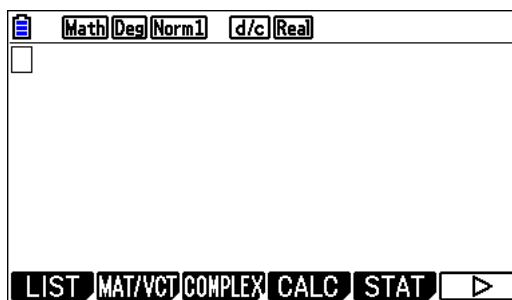
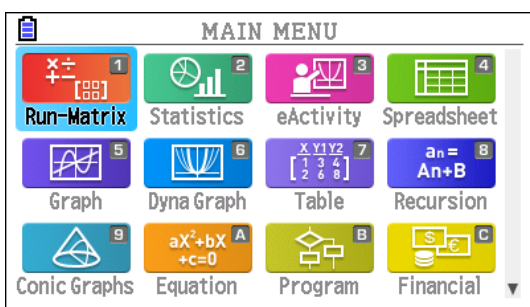


<p>Considerando o intervalo de confiança para a proporção e que a amplitude deste é igual a 0,075264 tem-se a equação seguinte:</p> $2z \sqrt{\frac{0,64(1 - 0,64)}{625}} = 0,075264$	$\left[ \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}; \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right]$ $2z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$
---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

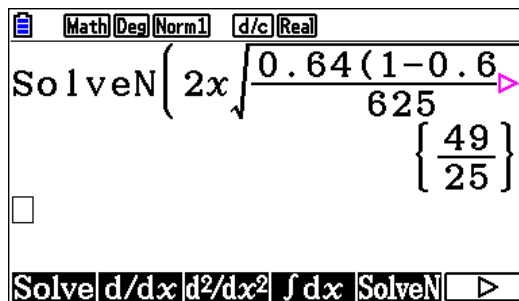
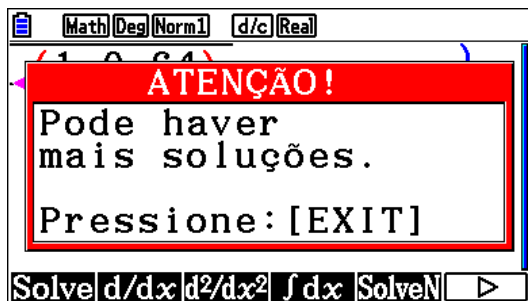
Vamos resolver a equação anterior na calculadora para determinar o valor de z.

**Equação** →  $2 \times z \sqrt{\frac{0,64(1 - 0,64)}{625}} = 0,075264$

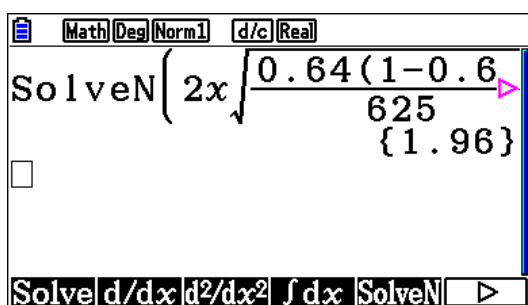
No **MENU EXE-Matriz** usar as opções com **OPTN** e de seguida **CALC** (F4). Como a equação pode admitir mais que uma solução utilizar **SolveN** (F5), escrever a equação, executar **EXE** e **EXIT** (quando surgir a mensagem da calculadora) como se mostra nas imagens seguintes.







Pressione a tecla **[S⇨D]** para obter a dízima correspondente como mostra a imagem seguinte.



$z = 1,96$

O valor de  $z$  obtido corresponde a um nível de confiança de 95 %.

## Formulário

Intervalo de confiança para uma proporção  $p$ , admitindo que a amostra tem dimensão superior a 30

$$\left[ \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right]$$

$n$  – dimensão da amostra  
 $\hat{p}$  – proporção amostral  
 $z$  – valor relacionado com o nível de confiança (\*)

(\*) Valores de  $z$  para os níveis de confiança mais usuais

Nível de confiança	90%	95%	99%
$z$	1,645	1,960	2,576

## Tarefa 5 – Maioria Absoluta

Elabore um programa em python que permite determinar o número de votos que garante a **maioria absoluta**, sendo inseridas as votações de 3 candidatos. Verifique ainda, se algum dos candidatos obteve a maioria absoluta.

A **Maioria Absoluta** é garantida quando um candidato vence com mais de metade dos votos mais um.

### Proposta de Resolução:

1º) **Objetivo do programa** – Determinar o n.º de votos que garante a maioria absoluta e verificar se algum dos candidatos obteve essa maioria.

2º) **Etapas da construção do programa:**

- Indicar qual o número de votos de cada um dos 3 candidatos (O programa pede ao utilizador para introduzir o número de votos de A, B e C)
- Conhecer a fórmula a aplicar;
- Aplicar a fórmula;
- Mostrar os resultados

3º) **Programação em Python:**

Linha	Em Linguagem Corrente	Em Python
1	Pedir o número de votos do candidato A e atribuir à variável “a” que é do tipo inteiro	<code>a = int (input ('a ='))</code>
2	Pedir o número de votos do candidato B e atribuir à variável “b” que é do tipo inteiro	<code>b = int (input ('b ='))</code>
3	Pedir o número de votos do candidato C e atribuir à variável “c” que é do tipo inteiro	<code>c = int (input ('c ='))</code>
4	Escrever a fórmula	<code>ma = int((a + b + c)/2) + 1</code>
5	Mostrar a variável “ma”, ou seja, Pedir o resultado que garante a maioria absoluta	<code>print ( “ma =” , ma)</code>
6		
7	Se “ma” ≤ a	<code>if ma &lt;= a :</code>
8	Responder que “O candidato A obteve m.a. com “a” votos”	<code>print ( “O candidato A obteve m.a. com”, a, ”votos.” )</code>

9	Ou se “ma” ≤ b	elif ma ≤ b :
10	Responder que “O candidato B obteve m.a. com “b” votos”	print ( “O candidato B obteve m.a. com”, b, “votos.” )
11	Ou se “ma” ≤ c	elif ma ≤ c :
12	Responder que “O candidato C obteve m.a. com “c” votos”	print ( “O candidato C obteve m.a. com”, c, “votos.” )
13	Senão	else :
14	Responder “Nenhum candidato com m.a.”	print ( “Nenhum candidato com m.a.” )

```

MaioriAb.py 001/016 ▶
a=int(input("a="))
b=int(input("b="))
c=int(input("c="))
ma=int((a+b+c)/2)+1
print('ma=',ma)

if ma<=a:

```

```

MaioriAb.py 013/016 ▶
if ma<=a:
    print("O candidato
elif ma<=b:
    print("O candidato
elif ma<=c:
    print("O candidato
else:

```

```

MaioriAb.py 008/016 ◀◀
| obteve m.a. com", a,
obteve m.a. com", b, "
obteve m.a. com", c,

```

```

MaioriAb.py 008/016 ◀◀
a. com", a, "votos.")|
a. com", b, "votos.")
a. com", c, "votos.")

```

```

MaioriAb.py 015/016 ▶
elif ma<=b:
    print("O candidato
elif ma<=c:
    print("O candidato
else:
    print("Nenhum candi

```

```

MaioriAb.py 014/016 ◀◀
idato B obteve m.a. c
idato C obteve m.a. c
| candidato com m.a.")

```

**Exemplo de aplicação:**

Considere os resultados de uma eleição entre os candidatos A, B e C.

Candidato	A	B	C
N.º de Votos	13	16	15

Determinar o número de votos que garante a maioria absoluta  
e verifique se existirá vencedor.

```
>>>from MaioriAb impo  
a=13  
b=16  
c=15  
ma= 23  
Nenhum candidato com  
>>>  
[RUN] [A↔a] [CHAR]
```