Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO (CÓDIGO DA PROVA 835) – 2ª FASE – 25 DE JULHO 2022

1.

1.1.

De acordo com a figura 1, o preenchimento da tabela 1 fica:

Votos / **Preferência**	**3**	**4**	**4**	**6**	**6**	**7**
1.ª	**A**	A	B	B	C	**C**
2.ª	**B**	C	A	C	B	**A**
3.ª	**C**	B	C	A	A	**B**

Seguindo os passos do método indicado, acompanhado da leitura da tabela, em cada par de candidatos considerado vamos calcular o número de votos obtido por cada um dos candidatos, indicando o vencedor desse par:

Par			Vencedor do Par
A, B	**A:** 3+4+7=14 votos	**B:** 4+6+6=16 votos	**B**
A, C	**A:** 3+4+4=11 votos	**C:** 6+6+7=19 votos	**C**
B, C	**B:** 3+4+6=13 votos	**C:** 4+6+7=17 votos	**C**

O candidato C foi quem venceu todas as comparações com os restantes, logo é o vencedor da eleição e, portanto, o novo diretor do parque de campismo.

1.2.

Para determinar $P(R|S)$ podemos pensar que queremos determinar a probabilidade do acontecimento R, sabendo que já ocorreu o acontecimento S.

O conhecimento da ocorrência do acontecimento S reduz os casos possíveis a 11, porque com o candidato A na segunda preferência há 4+7=11 votos. Destes 11 votos, apenas 4 votos têm o candidato B na primeira preferência pelo que apenas 4 votos são favoráveis ao acontecimento R.

Assim $P(R|S) = \frac{4}{11}$

Resposta: **Opção A**

2.

Ordem aleatória: Manuel, Tomás, Lara, Vasco e Paula

Seguindo os passos do método indicado, acompanhado da leitura das informações sobre o que se passou durante o processo de partilha temos:

- como a segunda volta se iniciou com a Lara, então o Tomás ficou com a 1ª parcela pois era quem estava antes da Lara, e saiu da partilha logo na 1ª volta, pelo que nunca pode ter iniciado qualquer volta. Assim Tomás corresponde a (1) e (7).
- como na segunda volta a parcela foi atribuída ao Vasco e ele estava logo a seguir à Lara, então mais ninguém retificou e ele saiu na 2ª volta. Como era a Paula que estava a seguir ao Vasco, então a Paula foi quem na 2ª volta se pronunciou logo a seguir a quem retificou, e também quem inicia a 3ª volta. Assim, Paula corresponde já a (2) e (3).
- como na terceira volta houve retificações por parte de dois responsáveis e é a Paula que inicia a 3ª volta, então quem retificou foi o Manuel seguido da Lara. A Lara por ser a última a retificar fica com a 3ª parcela, e sai. Assim, Lara corresponde a (4) e (5).

Como no final restam a Paula e o Manuel, tendo o Manuel retificado na 3ª volta e a Paula nunca retificou, então Paula corresponde também a (6).

Resumindo, fica:

Lara	(4) e (5)
Paula	(2) , (3) e (6)
Tomás	(1) e (7)

3.

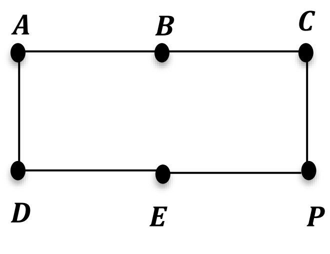
Os vértices A, B, C, D e E representam os cinco ecopontos e o vértice P o portão do parque.

As arestas representam as distâncias entre ecopontos e ecopontos e portão.

Na aplicação do algoritmo, escolhemos as arestas por ordem crescente dos seus pesos e em simultâneo vamos desenhando o grafo, pois fica mais fácil de visualizar as situações que não podem ocorrer - três arestas a incidir no mesmo vértice e percursos fechados que não incluam todos os vértices.

Arestas e pesos	
AB: 310m	Sim
AD: 365m	Sim
CP: 366m	Sim
EP: 380m	Sim
AP: 395m	Não, porque o vértice A fica com 3 arestas
BD: 400m	Não, porque forma circuito sem todos os vértices
BC: 550m	Sim
AC: 600m	Não, porque forma circuito sem todos os vértices
DE: 605m	Sim e fecha o circuito com todos os vértices

Grafo



Ordenação crescentes das arestas escolhidas: AB, AD, CP, EP, BC, DE

Possível circuito pretendido: P-C-B-A-D-E-P ou o circuito inverso P-E-D-A-B-C-P

4.

Total de pessoas= 140

8 *bungalows* M levam $8 \times 4 = 32\ pessoas\ e\ custa\ por\ dia\ 8 \times 80 = 640€$

10 *bungalows* G levam $10 \times 6 = 60\ pessoas\ e\ custa\ por\ dia\ 10 \times 100 = 1000€$

Faltam alojar nas tendas $140 - 32 - 60 = 48\ pessoas$

12 tendas para 48 pessoas custa por dia $12 \times 6{,}5 + 48 \times 5{,}5 = 78 + 264 = 342€$

Preço total pago pela empresa = $640 + 1000 + 342 = 1982€$

Lucro do parque de campismo= $0{,}25 \times 1982 = 495{,}50€$

5.

5.1.

Temos que o número aproximado de peixes da espécie A existentes no lago:

- três anos após o início do ano 2000 era $A(3) = \frac{20}{1+99e^{-0,8\times3}} \approx 2{,}00379$ centenas
- seis anos após o início do ano 2000, era $A(6) = \frac{20}{1+99e^{-0,8\times6}} \approx 11{,}02083$ centenas

Assim, neste período, o aumento foi de 11,02083 – 2,00379 = 9,01704 centenas de peixes a que corresponde um aumento percentual, *x,* dado por

$$2{,}00379 \ \text{--------}\ 100\%$$

$$9{,}01704 \ \text{--------}\ x$$

$$x = \frac{9{,}01704 \times 100}{2{,}00379} \approx 449{,}99925 \approx 450\%$$

O aumento foi de 450%, aproximadamente.

5.2.

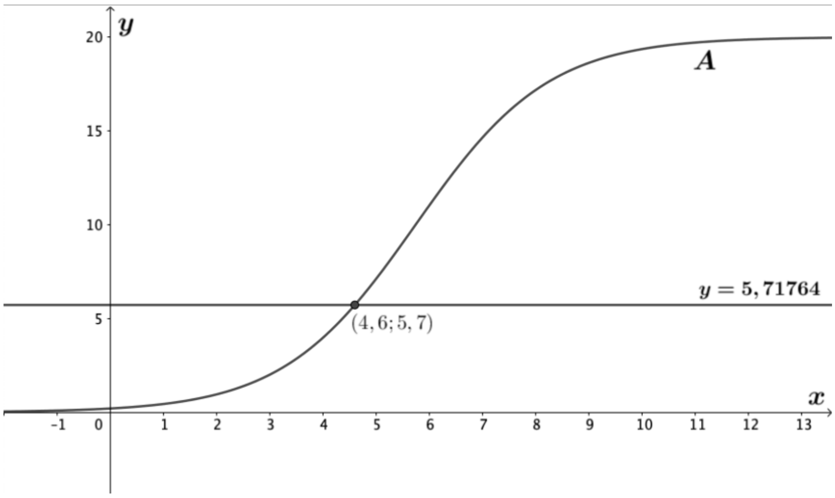
Comecemos por determinar o número de peixes no início do ano de 2002:

$$A(2) = \frac{20}{1 + 99e^{-0,8\times2}} \approx 0{,}95294$$

Pretendemos verificar quando é que o número de peixes foi seis vezes superior ao número de peixes de 2002. Assim:

$$n.º\ de\ peixes = 6 \times 0{,}95294 = 5{,}71764$$

Representando graficamente A e a reta $y = 5{,}71764$ usando as potencialidades de máquina de calcular gráfica, observamos que:



Podemos então concluir que o número de peixes foi seis vezes maior do que o número registado em 2002 durante o ano de 2004.

5.3.

A espécie A de peixes tende a estabilizar o seu número existente no lago em 20 centenas (correspondente a 2000 peixes na totalidade). Assim, segundo o que é descrito no enunciado, já a espécie B tende a atingir o dobro do número de peixes da espécie A ao longo do tempo, ou seja, 4000 peixes na totalidade. Poderemos então eliminar as opções (A) e (B).

Como o ano 2000 corresponde a $t = 0$ na modelação realizada, no caso da espécie B a contagem inicia-se 3 anos antes, em 1997. Ou seja, a representação gráfica que modele a espécie B tem início quando $t = -3$. Logo, elimina-se a opção (C).

Resposta: **Opção D**

6.

Com as informações fornecidas na figura 3, poderemos começar por determinar o número de lugares ocupados por tendas. Assim:

$n.º\ de\ lugares\ ocupados\ por\ tendas = 0{,}7 \times 200 = 140$

Como sabemos que foram sempre ocupados os mesmos 200 lugares, conseguimos determinar o número de lugares ocupados por automóveis, calculando a seguinte diferença:

$n.º\ de\ lugares\ ocupados\ totais = 200$

$n.º\ de\ lugares\ ocupados\ por\ tendas = 140$

$n.º\ de\ lugares\ ocupados\ por\ autocaravanas = 20$

$n.º\ de\ lugares\ ocupados\ por\ automóveis = 200 - (140 + 20) = 40$

Tendo em conta que existem 125 lugares disponíveis para estacionar automóveis no parque, então a percentagem de lugares ocupados por automóveis, relativamente a esse total de 125, é:

$$percentagem\ de\ lugares\ ocupados\ por\ automóveis = \frac{40}{125} \times 100 = 32\%$$

7.

7.1

Amplitude da distribuição das idades em cada uma das alíneas:

$(A)\ 30-18=12 anos \quad (B)\ 31-12=19\ anos \quad (C)\ 39-14=25 \quad (D)\ \ 31-12=19$

Só nas alíneas (B) e (D) a amplitude é 19 anos. Destas, só na alínea (B) a média das idades é 20 anos:

$$\frac{2\times 12+2\times 13+3\times 15+20+21+22+2\times 30+2\times 31}{14}=\frac{280}{14}=20$$

Resposta: **Opção B**

7.2

Seja x o número de pessoas do grupo B, cuja média de idades é 18 anos.

Sabendo que no grupo A a média das idades das 14 pessoas é 20 anos e que a média das idades da totalidade das pessoas dos dois grupos é 18,7 anos, vem:

$$\frac{14\times 20+x\times 18}{14+x}=18{,}7$$
$$\Leftrightarrow 280+18x=18{,}7(14+x)$$
$$\Leftrightarrow 280+18x=261{,}8+18{,}7x$$
$$\Leftrightarrow 280-261{,}8=18{,}7x-18x$$
$$\Leftrightarrow 18{,}2=0{,}7x$$
$$\Leftrightarrow \frac{18{,}2}{0{,}7}=\mathrm{x}$$
$$\Leftrightarrow x=26$$

O grupo B tem 26 pessoas

8.

8.1

Como 80 clientes usufruíram do bar e da piscina e $\frac{1}{3}$ dos clientes que usufruíram do bar também usufruíram da piscina, então os 80 correspondem a esse terço. Sendo x o número de pessoas que usufruíram do bar, vem:

$$80 \text{ -------- } \frac{1}{3}$$

$$x \text{ -------- } 1$$

$$x=80\times 1\div\frac{1}{3}=240$$

Então 240 pessoas usufruíram do bar, logo $300-240=\ 60$ pessoas usufruíram só da piscina.
Assim, do conjunto dos 300 clientes, $60+80=140$ clientes usufruíram da piscina.

8.2

Vamos apresentar duas formas de resolver o problema.

<u>1ª Forma de resolução:</u>

Considerando a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, um dos clientes do parque de campismo na altura do ano considerada, e os acontecimentos:

E:«O cliente é estrangeiro»

T:«O cliente usufrui da piscina »

Temos, de acordo com o enunciado, que:

$P(E)=0,6$

$P(\overline{T}\cap E)=0,3$

$P(\overline{T}\mid\overline{E})=0,8$

Queremos determinar $P(T)$.

Temos que $P(\overline{T})=P(\overline{T}\cap E)+P(\overline{T}\cap\overline{E})$

Sabemos que $P(\overline{T}\mid\overline{E})=\dfrac{P(\overline{T}\cap\overline{E})}{P(\overline{E})}$

Sabemos também que $P(\overline{E})=1-P(E)=1-0,6=0,4$

Assim, $P(\overline{T}\cap\overline{E})=P(\overline{T}\mid\overline{E})\times P(\overline{E})=0,8\times 0,4=0,32$.

Logo $P(\overline{T})=P(\overline{T}\cap E)+P(\overline{T}\cap\overline{E})=0,3+0,32=0,62$.

Concluímos assim que $P(T)=1-P(\overline{T})=1-0,62=0,38$.

	E	$\overline{E}$	
T			0,38
$\overline{T}$	0,3	0,32	0,62
	0,6	0,4	1

<u>2ª Forma de resolução:</u>

Considere-se os seguintes acontecimentos:

E: “o cliente é estrangeiro”

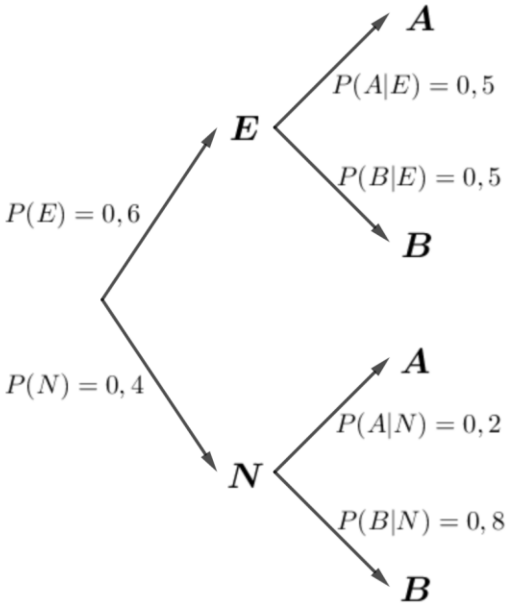
N: “o cliente é nacional”

A: ”o cliente usufruiu de piscina”

B: “o cliente não usufruiu de piscina”

Poderá esquematizar-se a informação da seguinte forma:

$$P(E \cap B) = 0{,}3 \Leftrightarrow 0{,}6 \times P(B|E) = 0{,}3 \Leftrightarrow P(B|E) = \frac{0{,}3}{0{,}6} \Leftrightarrow P(B|E) = 0{,}5$$



Logo:

$$P(A) = P(E) \times P(A|E) + P(N) \times P(A|N) = 0{,}6 \times 0{,}5 + 0{,}4 \times 0{,}2 = 0{,}38$$

9.

A amostra tem dimensão ***n*** superior a 30.

O nível de confiança de 90% é associado ao valor $z \approx 1{,}645$

Amplitude do intervalo de confiança = 0,3619

Desvio padrão amostral é $s = 5{,}5\ anos$

Considerando o intervalo de confiança para a média

$$\left]\bar{X} - z\frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{X} + z\frac{s}{\sqrt{n}}\right[$$

Temos que a amplitude é: $2z\frac{s}{\sqrt{n}}$

Assim, igualando a expressão da amplitude ao valor dado, substituindo os valores de z e s e resolvendo a equação em ordem a n, temos:

$$2z\frac{s}{\sqrt{n}} = 0{,}3619 <=> \frac{2 \times 1{,}642 \times 5{,}5}{0{,}3619} = \sqrt{n} <=> 50^2 = n <=> 2500 = n$$

A dimensão da amostra foi de 2500 campistas.