Associação de Professores de Matemática
Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
http://www.apm.pt
email: geral@apm.pt

PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DE
MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS DO ENSINO SECUNDÁRIO
(CÓDIGO DA PROVA 835) – 2ª FASE – 04 DE SETEMBRO 2020

1.

Aplicando o método descrito, temos:

- Número de votos necessário para obter maioria absoluta: 12 (porque 23/2 = 11,5)
- Observando o número de votos em cada cidade, como primeira preferência, verifica-se que nenhuma delas obtém a maioria absoluta (a cidade mais votada foi Veneza com 8 votos)
- Reestruturando novamente a tabela, de acordo com o método descrito, ou seja, eliminando a cidade que obteve o menor número de votos, como primeira preferência - Nápoles - temos:

Votos / Preferências	8	7	5	3
1.ª	Veneza	Florença	Milão	Veneza
2.ª	Florença	Milão	Florença	Milão
3.ª	Milão	Veneza	Veneza	Florença

- Observando o número de votos em cada cidade, como primeira preferência na tabela reestruturada, verifica-se que nenhuma delas obtém a maioria absoluta novamente. A cidade mais votada é, de novo, Veneza com 8 + 3 = 11 votos, ficando Florença com os mesmos 7 votos e Milão com os mesmos 5 votos

- Reestruturando a tabela, de acordo com o método descrito, ou seja, eliminando a cidade que obteve o menor número de votos, como primeira preferência - Milão - temos:

Votos / Preferências	8	7	5	3
1.ª	Veneza	Florença	Florença	Veneza
2.ª	Florença	Veneza	Veneza	Florença

E assim, a cidade selecionada pelos amigos para visitar depois de Roma, ou seja, a cidade com maioria absoluta de votos é Florença com 7 + 5 = 12 votos, logo mais que 11,5 votos, e Veneza tinha apenas 11 votos.

2.

De acordo com o método descrito, e com os dados do enunciado, temos que:

1.ª volta					
Ordem	Carlos	Maria	Elsa	Pedro	Sara
Retificou			✓	✓	
Parcela atribuída				✓	

Como na primeira volta, apenas a Elsa e o Pedro retificaram a parcela do mapa, a parcela foi atribuída ao Pedro, por ser o último a retificar.

2.ª volta				
Ordem	Sara	Carlos	Maria	Elsa
Retificou				
Parcela atribuída			✓	

Como a Elsa vem a seguir à Maria e começou a 3.ª volta, a parcela foi atribuída à Maria na 2.ª volta.

3.ª volta			
Ordem	Elsa	Sara	Carlos
Retificou			✓
Parcela atribuída			✓

Como o Carlos só retificou uma vez, quando a Elsa começou a volta, e nesta volta era o último, a retificação resulta na atribuição da parcela ao próprio Carlos

Assim, os amigos a quem foram atribuídas parcelas do mapa nas primeiras três voltas são:

- 1.ª volta: Pedro
- 2.ª volta: Maria
- 3.ª volta: Carlos

3.

1.ª aresta a escolher

Aresta de menor peso: Munique – Salzburgo – 140 km

O que significa que Viena já não fará parte do percurso, pois pertence ao mesmo país de Salzburgo.

2.ª aresta a escolher: Milão - Zurique – 280 km

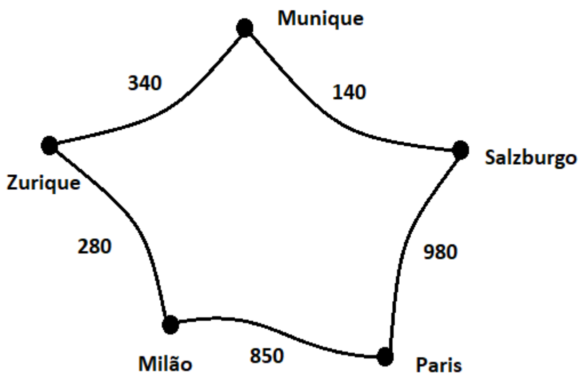
O que significa que Veneza já não fará parte do percurso, pois pertence ao mesmo país de Milão.

3.ª aresta a escolher: Munique - Zurique – 340 km

4.ª aresta a escolher: Paris- Milão – 850 km

5.ª aresta a escolher: Salzburgo – Paris – 980 km

Grafo que representa o percurso a realizar por aplicação do algoritmo:



Temos assim duas possibilidades:

Paris – Milão – Zurique – Munique – Salzburgo – Paris, ou

Paris – Salzburgo – Munique – Zurique – Milão - Paris

4.

Comecemos por determinar o preço do hotel H1 na plataforma B, com os 10% de desconto, ou seja, pagando apenas 90%

$$0{,}90 \times 225 = 202{,}50€$$

Comparando os preços de todas as plataformas para H1, verificamos que o da plataforma B é o mais barato.

Como são duas noites e no H1 não precisam de usar transportes, então se optarem por ficar no H1 irão pagar apenas a estadia de $202{,}50 \times 2 = 405€$

Comparando os preços de todas as plataformas para o hotel H2, verificamos que o da plataforma A é o mais barato.

Como são duas noites e o H2 fica na zona 3, precisam de usar transportes nos três dias entre as zonas 1 e 3. Então se optarem por ficar no H2 irão pagar:

- estadia no H2: $155 \times 2 = 310€$
- passe turístico para os cinco amigos, e para três dias entre as zonas 1 e 3: $47{,}25 \times 5 = 236{,}25€$
- preço total $310 + 236{,}25 = 546{,}25€$

Comparando o preço final das estadias, o grupo de amigos deve selecionar o hotel H1.

5.

Pela leitura do gráfico verificamos que no mês de abril a ocupação do número de quartos é 25% inferior à ocupação do mês de março.

Assim, os 198 quartos do mês de abril representam 75% da ocupação do mês de março.

Seja m o número de quartos ocupados em março.

Então $0{,}75\, m \; = \; 198 \Leftrightarrow m = \frac{198}{0{,}75} \Leftrightarrow m = 264$

Outra forma

Em vez de usar a resolução de uma equação, podemos usar uma regra de três simples

$198\ quartos$ ---------- 75%

$m\ \ quartos$ ---------- 100 %

$x = \frac{198 \times 100}{75} = 264\ quartos.$

Resposta: **Opção B**

6.

6.1.

A Elsa tomou o medicamento às 9 horas, que corresponde a $t = 0$.

Às 14horas e 30minutos passaram 5,5 horas desde a toma do medicamento, ou seja, $t = 5{,}5$.

Pretende-se saber $C(0) - C(5{,}5)$.

$C(0) = 26 + 13e^{-0{,}008 \times 0} = 39℃$ e $C(5{,}5) = 26 + 13e^{-0{,}008 \times 5{,}5} \approx 38{,}440℃$

Então $C(0) - C(5{,}5) \approx 39 - 38{,}440 \; \approx 0{,}56℃$

Outra forma

Depois de introduzir o modelo fornecido $C(x) = 26 + 13e^{-0,008x}$ no editor de funções da calculadora, consultando a tabela de valores, obtém-se

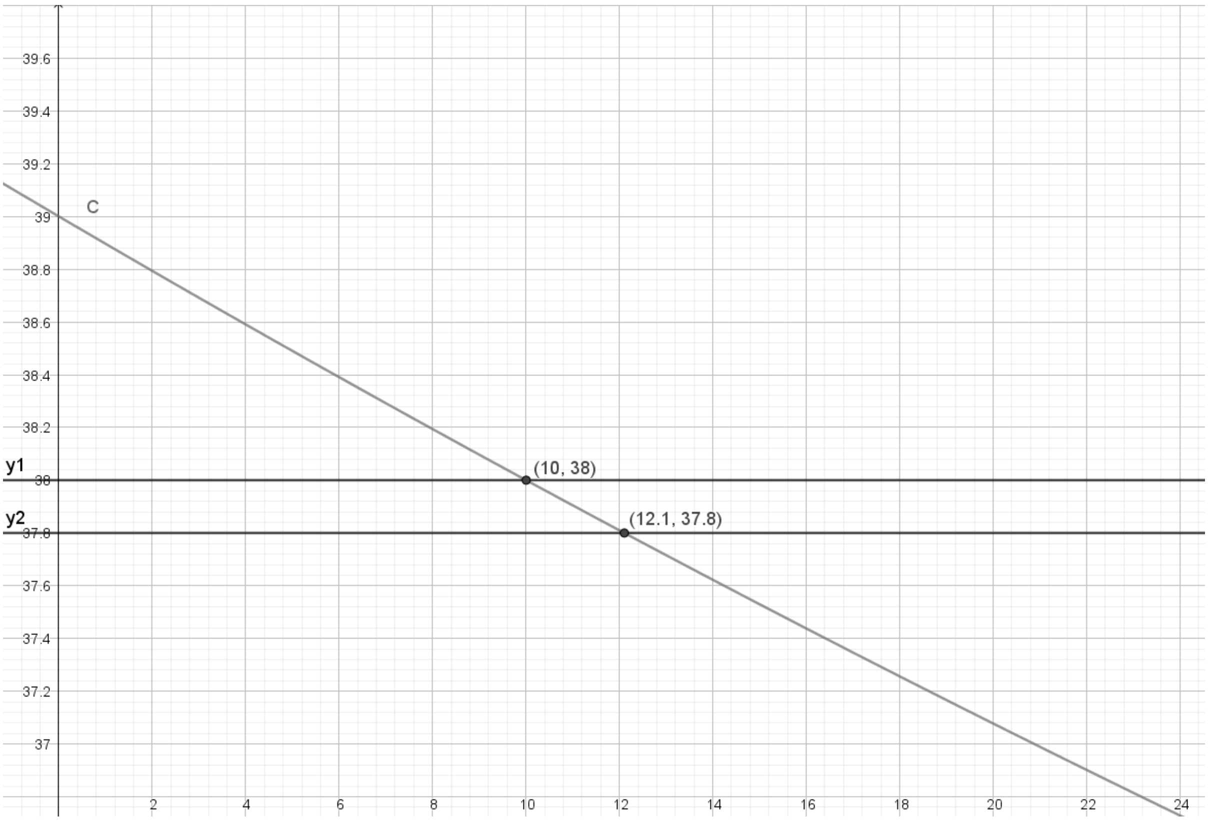
$$C(0) - C(5,5) \approx 39 - 38,440 \approx 0,56°\text{C}$$

A temperatura corporal da Elsa diminuiu 0,56°C, logo mais de 0,5°C, pelo que não será necessário recorrer a outro medicamento.

6.2.

Com o modelo fornecido introduzido no editor de funções da calculadora, acrescentam-se agora as funções y_1= 38 e y_2=37,8

Pode-se observar a respetiva representação gráfica, e calcular as respetivas interseções:



Assim, o tempo decorrido entre os dois telefonemas: $12,1 - 10 = 2,1\ horas \approx 2\ horas$

7.

7.1.

Tempo de atraso (min)	N.º de comboios	Frequência absoluta acumulada
0		2
2		14
4	a	
5	13	37
b	13	
15		
17		100

$\boxed{37 - 13 = 24}$

$\boldsymbol{a = 24 - 14 = 10}$

$\boxed{37 + 13 = 50}$

Total de registos = 100

Mediana = $\frac{x_{50}+x_{51}}{2} = \frac{b+15}{2}$

Sabe-se que $\frac{b+15}{2} = 11$, ou seja, $b + 15 = 22 \Leftrightarrow b = 22 - 15 \Leftrightarrow b = 7$

Assim, tem-se

$a = 10$ e $b = 7$

7.2.1.

Total de reclamações pendentes: 13 680

Total de reclamações: T

45% ---- 13 680

100% ---- T

Sendo $T = \frac{1 \times 13\,680}{0{,}45} = 30\,400$

Número de reclamações apresentadas em E2: $0{,}40 \times 30\,400 = 12\,160$

Número de reclamações pendentes em E2: $0{,}75 \times 12\,160 = 9120$

Conclui-se que 9120 das reclamações apresentadas em E2 estão pendentes.

7.2.2.

Definam-se os acontecimentos:

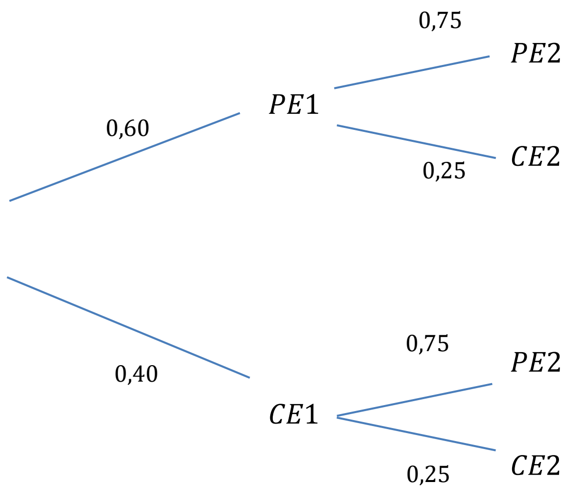
$PE1$ – “reclamação pendente em E1”

$CE1$ – “reclamação concluída em E1”

$PE2$ – “reclamação pendente em E2”

$CE2$ – “reclamação concluída em E2”

A situação apresentada pode ser traduzida pelo seguinte diagrama



Pretende-se calcular $P(ambas\ as\ reclamações\ encontram-se\ no\ mesmo\ estado) =$

$$P(PE1 \cap PE2) + P(CE1 \cap CE2) = 0{,}60 \times 0{,}75 + 0{,}40 \times 0{,}25 = 0{,}55$$

Resposta: **Opção C**

8.

8.1.

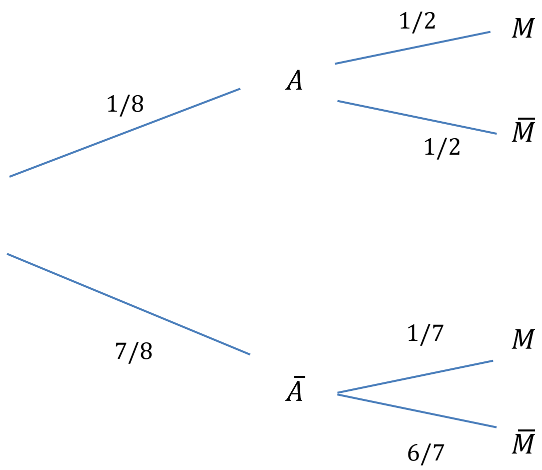
Consideremos os seguintes acontecimentos:

A: “Efetuar uma reserva através da plataforma A”

M: “Atribuir ao alojamento a classificação de Muito Bom”

Sabemos que a parte correspondente às reservas efetuadas através da plataforma A no gráfico circular ocupa 45°. Logo, $P(A) = \frac{45}{360} = \frac{1}{8}$.

Podemos então traduzir o problema através do seguinte esquema:



Queremos descobrir o valor de $P(A|M)$.

$$P(A|M)=\frac{P(A\cap M)}{P(M)}=\frac{\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{8}\times\frac{1}{2}+\frac{7}{8}\times\frac{1}{7}}=\frac{\frac{1}{16}}{\frac{1}{16}+\frac{1}{8}}=\frac{\frac{1}{16}}{\frac{3}{16}}=\frac{1}{3}$$

8.2.

Consideremos os seguintes acontecimentos:

C: “Efetuar uma reserva através da plataforma C”

E: “Efetuar uma reserva para um alojamento no estrangeiro”

$$P(C)=\frac{90}{360}=\frac{1}{4}=25\%$$

Podemos considerar a seguinte tabela, construída a partir do valor obtido de $P(C)=25\%$ e da informação dada sobre $P(E)=30\%\ e\ de\ P(C\cap E)=20\%$

	$\boldsymbol{E}$	$\boldsymbol{\bar{E}}$	Total
$\boldsymbol{C}$	20%	5%	25%
$\boldsymbol{\bar{C}}$	10%	65%	75%
Total	30%	70%	100%

Logo, $P(\bar{C}\cap\bar{E})=65\%$.

Se 25% das reservas correspondem a 10 reservas, então no total realizaram-se $10\times 4=40$ reservas.

$$\text{Então, } 65\%\times 40=26$$

Portanto, há 26 reservas que não são realizadas através da plataforma C nem são para um alojamento no estrangeiro.

9.

Uma das formas de responder a esta questão de escolha múltipla é testar as respostas, recorrendo à calculadora.

(A) $P(X < 43) \approx 0{,}5 + normalcdf(36, 43, 36, 3) \approx 0{,}99$ - opção incorreta

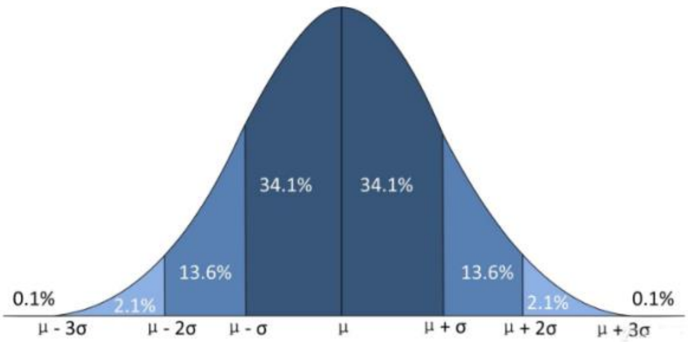
(B) $P(X < 43) \approx 0{,}5 + normalcdf(39, 43, 39, 3) \approx 0{,}91$ - opção incorreta

(C) $P(X < 43) \approx 0{,}5 + normalcdf(36, 43, 36, 7) \approx 0{,}84$ -opção incorreta

(D) $P(X < 43) \approx 0{,}5 + normalcdf(39, 43, 39, 7) \approx 0{,}72$ - opção correta

Outra forma

Sendo X a variável aleatória "duração, em minutos, da viagem de comboio entre as estações E1 e E2", modelada por uma distribuição normal de valor médio μ e desvio padrão σ , o que se pretende saber qual o valor da média e do desvio padrão para que $P(X < 43) \approx 0{,}72$



$P(X < \mu + \sigma) \approx 84{,}1\% = 0{,}841$

Assim, por análise do gráfico de uma distribuição normal, vem

(A) $P(X < 36 + 3) = P(X < 39) \approx 84{,}1\% = 0{,}841$ e como $43 > 39$ - opção incorreta

(B) $P(X < 39 + 3) = P(X < 42) \approx 84{,}1\% = 0{,}841$ e como $43 > 42$ - opção incorreta

(C) $P(X < 36 + 7) = P(X < 43) \approx 84{,}1\% = 0{,}841$ e não 0,72 – opção incorreta

(D) $P(X < 39 + 7) = P(X < 46) \approx 84{,}1\% = 0{,}841$, e $39 < 43 < 46$ - opção correta

Resposta: **Opção D**

10.

Pretendemos determinar a margem de erro de um intervalo de confiança a 99%, com

$$n = 256$$

$$\bar{x} = 5$$

$$s = 3{,}9$$

$$z = 2{,}576$$

Consideremos o intervalo de confiança dado por: $\left]\bar{x} - z \times \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{x} + z \times \frac{s}{\sqrt{n}}\right[$

Sabemos que a margem de erro é obtido por $z \times \frac{s}{\sqrt{n}}$

Então temos $z \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 2{,}576 \times \frac{3{,}9}{\sqrt{256}} = 0{,}6279 \approx 0{,}63$

A margem de erro de um intervalo de confiança a 99% para o número médio de países visitados pelas pessoas que realizaram apenas um *interrail* em 2019 é de 0,63.