

**PROPOSTA DE RESOLUÇÃO DA PROVA DO ENSINO SECUNDÁRIO DE
MATEMÁTICA APLICADA ÀS CIÊNCIAS SOCIAIS
(CÓDIGO DA PROVA 835) – 2ª FASE – 20 DE JULHO 2018**

1.

1.1.

Número total de eleitores: 75 -> os elementos da companhia de teatro.

Como há 20% de abstenção, então há 80% de votantes, o que equivale a $0,8 \times 75 = 60$ votos.

Dos 60 votos só houve 95% de votos validamente expressos, ou seja, $0,95 \times 60 = 57$ votos.

Aos 57 votos retiramos os votos nas cidades A e B e vem $57 - 14 - 17 = 26$ votos na cidade C.

Logo a opção correta é a (A).

1.2.

Os quocientes obtidos por aplicação do método descrito são os seguintes (com arredondamento às unidades):

Divisores	Cidade A	Cidade B	Cidade C
1	4320	1960	6050
3	1440	653	2017
5	864	392	1210
7	617	280	864
9	480	218	672

(**Observação:** na tabela a sombreado mais claro estão os seis maiores quocientes e a sombreado mais escuro o sétimo maior quociente que é igual nas cidades A e C)

Como são 7 sessões, vamos ordenar por ordem decrescente os 7 maiores quocientes e a respetiva cidade.

A ordenação dos 6 maiores quocientes, com a respetiva cidade é a que a seguir se apresenta:

Quociente	6050	4320	2017	1960	1440	1210
Cidade	C	A	C	B	A	C

Verifica-se que, na escolha da cidade para a sétima sessão, as cidades A e C apresentam o mesmo quociente, 864, arredondado às unidades. Pelas regras do algoritmo, essa sessão vai para a cidade que entre estas duas tenha menor número de habitantes, ou seja, a cidade A, ficando então a distribuição das 7 sessões da seguinte forma:

Quociente:	6050	4320	2017	1960	1440	1210	864
Cidade:	C	A	C	B	A	C	A

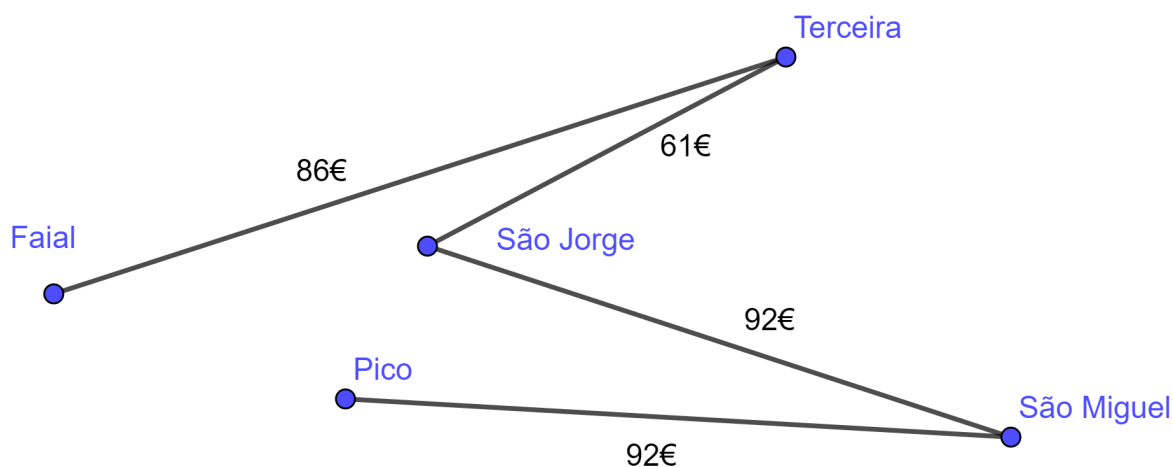
Distribuição final das 7 sessões pelas cidades:

- Cidade A – 3 sessões;
- Cidade B – 1 sessão;
- Cidade C – 3 sessões.

2. A companhia de teatro irá apresentar a peça somente em ilhas com, pelo menos, 6000 habitantes.

Logo, a digressão irá passar apenas por São Miguel, Terceira, São Jorge, Pico e Faial.

Começando no Faial e seguindo o Algoritmo, obtemos o seguinte grafo ponderado:



Portanto, a ordem pela qual a companhia de teatro visitará as ilhas é: Faial, Terceira, São Jorge, São Miguel, Pico.

$$86 + 61 + 92 + 92 = 331 \text{ €}$$

O custo mínimo em deslocações aéreas de cada elemento da companhia de teatro é 331 €.

3.

$$\text{Valor da parte justa a receber por cada interveniente: } \frac{270\,000}{3} = 90\,000 \text{ €}$$

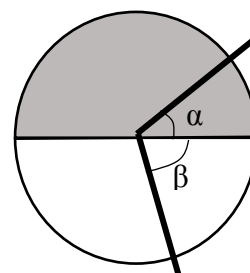
$$\begin{aligned} \text{Valor Global} &= \text{Valor da Metade Norte} + \text{Valor de Metade Sul} = \\ &= \text{Valor da Metade Norte} + 2 \times \text{Valor da Metade Norte} = 3 \times \text{Valor da Metade Norte} \end{aligned}$$

Assim:

$$\text{Valor da Metade Norte} = \frac{270\,000}{3} = 90\,000 \text{ €}$$

$$\text{Valor da Metade Sul} = 2 \times 90\,000 = 180\,000 \text{ €}$$

Seja α a amplitude da parte a cinzento do sector delimitado pelo Bruno e β a amplitude da parte a branco.



Tem-se:

$$\frac{15\,000}{90\,000} = \frac{\alpha}{180^\circ} \Leftrightarrow \alpha = \frac{15\,000 \times 180}{90\,000} = 30^\circ$$

Valor da Parte Sul do sector delimitado pelo Bruno:

$$90\,000 - 15\,000 = 75\,000 \text{ €}$$

Da mesma forma:

$$\frac{75\,000}{180\,000} = \frac{\beta}{180^\circ} \Leftrightarrow \beta = \frac{75\,000 \times 180}{180\,000} = 75^\circ$$

$$\text{Amplitude do sector delimitado pelo Bruno: } 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$$

4. Podemos verificar que:

Proposta A:

$$\text{Custo Total}_A = 420 \times 10 + 4800 = 9000 \text{ €}$$

Proposta B:

$$V_{10} = 3000 \times 1,14^{10} - 3000 \approx 8122$$

$$\text{Custo Total}_B = 8122 + 71 \times 10 = 8832 \text{ €}$$

Comparando os valores obtidos, podemos concluir que o diretor da companhia optou pela proposta mais económica.

5.

5.1. De acordo com o modelo dado para o número de sócios do centro náutico, no momento da inauguração ($t=0$) já existiam sócios; $N(0) = \frac{246}{1+a}$ que é diferente de zero. Esta situação elimina as opções (B) e (D).

Por outro lado, à medida que o tempo passa desde a inauguração, sabe-se, pelo conhecimento do modelo dado, que o número de sócios tenderá para o número 246, mas sem o ultrapassar.

Logo a opção correta é a (C).

5.2.1

30 segundos $\rightarrow t = 0,5$

1 minuto $\rightarrow t = 1$

A percentagem de aumento é dada por:

$$\frac{A(1) - A(0,5)}{A(0,5)}$$

Definindo o modelo no editor de funções da calculadora, obtêm-se:

$$\frac{A(1) - A(0,5)}{A(0,5)} = \frac{115,674 - 92,685}{92,685} \approx 0,248$$

A altura aumentou cerca de 25%.

5.2.2.

Inserimos no editor de funções da calculadora os seguintes modelos:

$$y_1 = 120 \quad ; \quad y_2 = 150 \quad ; \quad y_3 = 1 + 35 \ln(25,5x + 0,98)$$

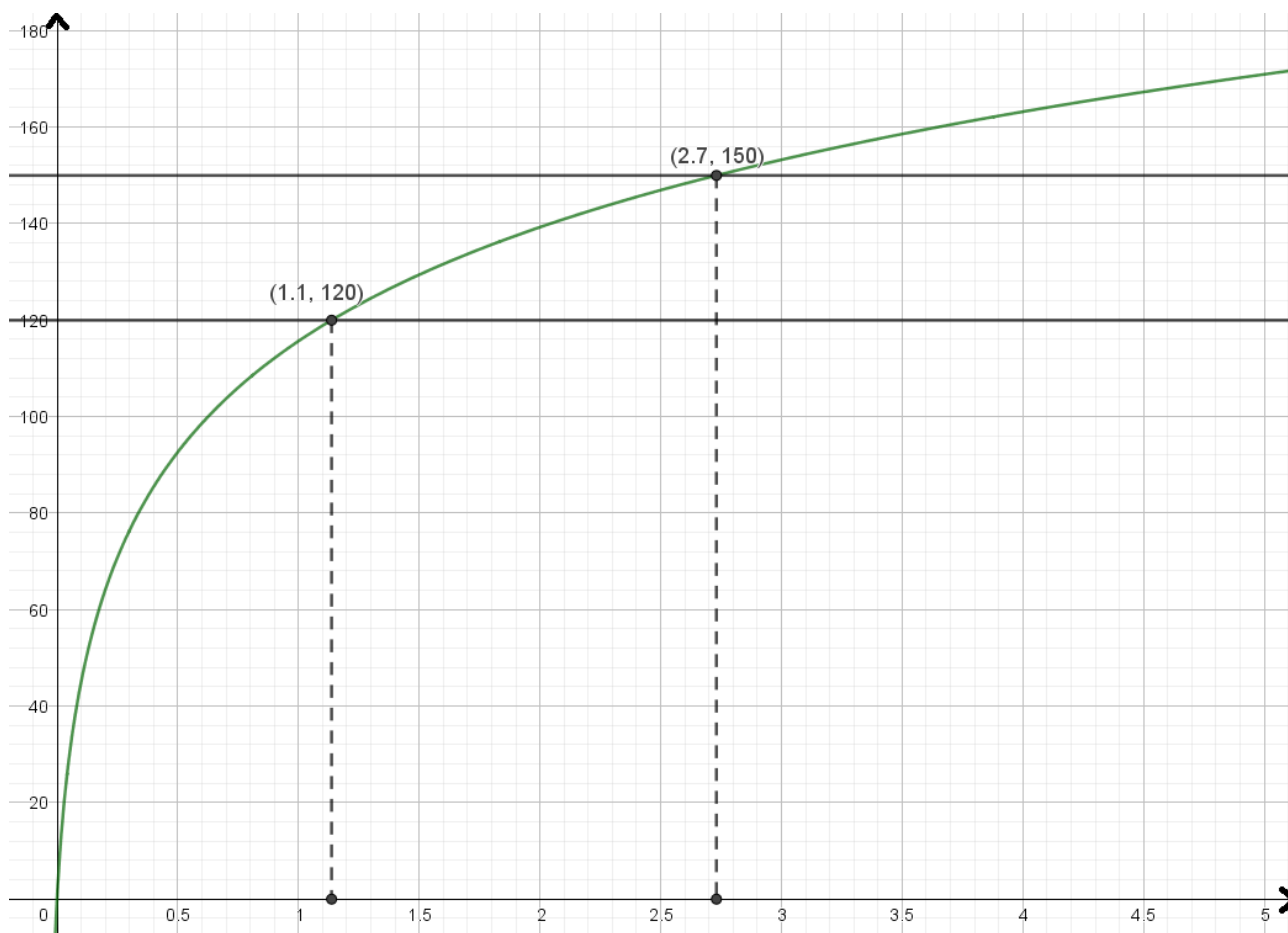
Pode-se observar a respetiva representação gráfica, com a seguinte janela de visualização:

$$x_{max} = 0$$

$$y_{max} = 0$$

$$x_{min} = 5$$

$$y_{min} = 180$$



É possível observar que o *parasail* se manteve a uma altura entre os 120 e os 150 metros durante, aproximadamente, $2,7 - 1,1 = 1,6$ minutos.

Pelo que o ator não tem razão na sua afirmação.

6.

6.1.

A classe modal é $[250,230[$

$$\text{Média} : \frac{125 \times 16 + 175 \times 24 + 225 \times 8 + 275 \times 32 + 325 \times 20}{100} = 233$$

Assim, a média não pertence à classe modal.

6.2

Considerando apenas os dados referentes às ilhas dos Açores e da Madeira, vem:

Classes	Frequência Absoluta
[100,150[12
[150,200[$30 - 12 = 18$
[200,250[$38 - 30 = 8$
[250,300[$44 - 38 = 6$
[300,350[$50 - 44 = 6$

Considerando o conjunto global dos dados fornecidos (Continente e ilhas):

Classes	Frequência Absoluta (Portugal Continental e Ilhas)
[100,150[$16 + 12 = 28$
[150,200[$24 + 18 = 42$
[200,250[$8 + 8 = 16$
[250,300[$32 + 6 = 38$
[300,350[$20 + 6 = 26$

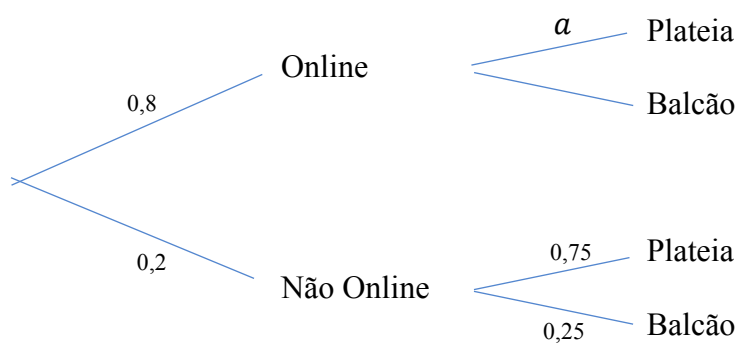
7.

7.1. Pretende-se determinar

$$P(\text{"Ser Mulher"} | \text{"Ocupa lugar no Balcão"}) = \frac{42}{88} \approx 0,48$$

Logo a opção correta é a (B).

7.2.



Definam-se os acontecimentos:

P: “Ocupar lugar na Plateia”

O: “Ter adquirido o bilhete Online”

Pretende-se saber $P(P|O) = a$

Ora,

$$P(P) = P(P \cap O) + P(P \cap \bar{O}) \Leftrightarrow \frac{132}{220} = 0,80 \times a + 0,2 \times 0,75 \Leftrightarrow a = \frac{0,6 - 0,15}{0,80} = 0,5625$$

Donde,

$$P(P|O) = 56,25 \%$$

7.3.

P (Apenas de uma das mulheres escolhidas ocupar lugar na plateia) =

$$= \frac{73}{115} \times \frac{42}{114} + \frac{42}{115} \times \frac{73}{114} = \frac{6132}{13110} \approx 47\%$$

8. Vejamos que:

$$n = 50 \quad z_{95\%} = 1,960$$

$$\left[\bar{x} - z \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + z \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

Assim:

$$\text{amplitude do intervalo} = 5214,309 - 4449,691 = 764,618$$

Ou seja:

$$\begin{aligned} 2 \times z \frac{s}{\sqrt{n}} &= 764,618 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2 \times 1,960 \times \frac{s}{\sqrt{50}} &= 764,618 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 3,92 \times \frac{s}{\sqrt{50}} &= 764,618 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow s &= \frac{764,618 \times \sqrt{50}}{3,92} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow s &\approx 1379 \end{aligned}$$

Podemos também verificar que:

$$\begin{aligned} \bar{x} - \frac{764,618}{2} &= 4449,691 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \bar{x} - 382,309 &= 4449,691 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \bar{x} &= 4449,691 + 382,309 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \bar{x} &= 4832 \end{aligned}$$

FIM