



EXAME FINAL NACIONAL DO ENSINO SECUNDÁRIO

Prova Escrita de Matemática B

11.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Prova 735/1.ª Fase

Critérios de Classificação

15 Páginas

2015

CRITÉRIOS GERAIS DE CLASSIFICAÇÃO

A classificação a atribuir a cada resposta resulta da aplicação dos critérios gerais e dos critérios específicos apresentados para cada item e é expressa por um número inteiro.

As respostas ilegíveis são classificadas com zero pontos.

Em caso de omissão ou de engano na identificação de uma resposta, esta pode ser classificada se for possível identificar inequivocamente o item a que diz respeito.

Se for apresentada mais do que uma resposta ao mesmo item, só é classificada a resposta que surgir em primeiro lugar.

Os critérios de classificação apresentam-se organizados por níveis de desempenho ou por etapas. A cada nível de desempenho e a cada etapa corresponde uma dada pontuação.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por níveis de desempenho resulta da pontuação do nível de desempenho em que forem enquadradas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

A classificação das respostas aos itens cujos critérios se apresentam organizados por etapas resulta da soma das pontuações atribuídas às etapas apresentadas e da aplicação dos critérios de desvalorização definidos para situações específicas.

Nas respostas classificadas por níveis de desempenho, se permanecerem dúvidas quanto ao nível a atribuir, deve optar-se pelo nível mais elevado de entre os dois tidos em consideração.

É classificada com zero pontos qualquer resposta que não atinja o nível 1 de desempenho.

A classificação das respostas aos itens com cotação igual ou superior a 20 pontos e que envolvam a produção de um texto tem em conta a clareza, a organização dos conteúdos e a utilização do vocabulário específico da Matemática.

As respostas que não apresentem exatamente os mesmos processos de resolução, termos ou expressões constantes dos critérios específicos de classificação são classificadas em igualdade de circunstâncias com aquelas que os apresentem, desde que o seu conteúdo seja cientificamente válido, adequado ao solicitado e enquadrado pelos documentos curriculares de referência.

A classificação das respostas aos itens que envolvam o uso das potencialidades gráficas da calculadora tem em conta a apresentação de todos os elementos visualizados na sua utilização.

No quadro seguinte, apresentam-se os critérios de classificação a aplicar, em situações específicas, às respostas aos itens de resposta restrita que envolvam cálculos ou justificações.

Situação	Classificação
1. Utilização de processos de resolução que não estão previstos no critério específico de classificação.	É aceite qualquer processo de resolução cientificamente correto. O critério específico é adaptado ao processo de resolução apresentado.
2. Utilização de processos de resolução que não respeitem as instruções dadas [exemplo: «recorrendo à regressão sinusoidal»].	A etapa em que a instrução não é respeitada e todas as etapas subsequentes que dela dependam são pontuadas com zero pontos.
3. Apresentação apenas do resultado final quando a resolução do item exige cálculos ou justificações.	A resposta é classificada com zero pontos.
4. Ausência de apresentação de cálculos ou de justificações necessários à resolução de uma etapa.	A etapa é pontuada com zero pontos.

Situação	Classificação
5. Ausência de apresentação explícita de uma etapa que não envolva cálculos ou justificações.	Se a resolução apresentada permitir perceber inequivocamente que a etapa foi percorrida, esta é pontuada com a pontuação prevista. Caso contrário, a etapa é pontuada com zero pontos, bem como todas as etapas subsequentes que dela dependam.
6. Transcrição incorreta de dados do enunciado que não alterem o que se pretende avaliar com o item.	Se a dificuldade da resolução do item não diminuir, é subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas. Se a dificuldade da resolução do item diminuir, o item é classificado do modo seguinte: – nas etapas em que a dificuldade da resolução diminuir, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista; – nas etapas em que a dificuldade da resolução não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação.
7. Transcrição incorreta de um número ou de um sinal na resolução de uma etapa.	Se a dificuldade da resolução da etapa não diminuir, é subtraído um ponto à pontuação da etapa. Se a dificuldade da resolução da etapa diminuir, a pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
8. Ocorrência de um erro ocasional num cálculo, na resolução de uma etapa.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa em que o erro ocorre. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
9. Ocorrência de um erro que revela desconhecimento de conceitos, de regras ou de propriedades na resolução de uma etapa.	A pontuação máxima a atribuir a essa etapa é a parte inteira de metade da pontuação prevista. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os efeitos do erro cometido (ver nota).
10. Resolução incompleta de uma etapa.	Se à resolução da etapa faltar apenas a passagem final, é subtraído um ponto à pontuação da etapa; caso contrário, a pontuação máxima a atribuir é a parte inteira de metade da pontuação prevista.
11. Apresentação de cálculos intermédios com um número de casas decimais diferente do solicitado ou apresentação de um arredondamento incorreto.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação.
12. Apresentação do resultado final que não respeita a forma solicitada [exemplo: é pedido o resultado em centímetros, e a resposta apresenta-se em metros].	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
13. Utilização de valores exatos nos cálculos intermédios e apresentação do resultado final com aproximação quando deveria ter sido apresentado o valor exato.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
14. Utilização de valores aproximados numa etapa quando deveriam ter sido usados valores exatos.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa, salvo se houver indicação em contrário no critério específico de classificação. As etapas subsequentes são pontuadas de acordo com os critérios gerais e específicos de classificação.

Situação	Classificação
15. Apresentação do resultado final com um número de casas decimais diferente do solicitado, ou apresentação do resultado final incorretamente arredondado.	É subtraído um ponto à pontuação da etapa correspondente à apresentação do resultado final.
16. Omissão da unidade de medida na apresentação do resultado final.	A etapa relativa à apresentação do resultado final é pontuada com a pontuação prevista.
17. Apresentação de elementos em excesso face ao solicitado.	Se os elementos em excesso não afetarem a caracterização do desempenho, a classificação a atribuir à resposta não é desvalorizada. Se os elementos em excesso afetarem a caracterização do desempenho, são subtraídos, no máximo, dois pontos à soma das pontuações atribuídas.
18. Utilização de simbologias ou de expressões inequivocamente incorretas do ponto de vista formal.	É subtraído um ponto à soma das pontuações atribuídas, exceto: – se as incorreções ocorrerem apenas em etapas já pontuadas com zero pontos; – nos casos de uso do símbolo de igualdade onde, em rigor, deveria ter sido usado o símbolo de igualdade aproximada.

Nota – Se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes não diminuir, estas são pontuadas de acordo com os critérios específicos de classificação; se a dificuldade da resolução das etapas subsequentes diminuir, a pontuação máxima a atribuir a cada uma delas é a parte inteira de metade da pontuação prevista.

CRITÉRIOS ESPECÍFICOS DE CLASSIFICAÇÃO

GRUPO I

1. 30 pontos

Identificar a função objetivo ($L = 30x + 50y$) 1 ponto

Identificar as restrições (**ver nota 1**) 11 pontos

$x \leq 4$ (**ver notas 2, 3 e 4**) 3 pontos

$y \leq 6$ (**ver notas 2, 3 e 4**) 3 pontos

$3x + 2y \leq 18$ (**ver notas 2 e 3**) 3 pontos

$x \geq 0$ 1 ponto

$y \geq 0$ 1 ponto

Representar graficamente a região admissível (**ver nota 4**) 7 pontos

Representar graficamente a reta de equação $x = 4$ 1 ponto

Representar graficamente a reta de equação $y = 6$ 1 ponto

Representar graficamente a reta de equação $3x + 2y = 18$ 2 pontos

Assinalar o polígono 3 pontos

Calcular o valor de x e o valor de y correspondentes à solução do problema
(**ver nota 4**) 11 pontos

Obter as coordenadas dos vértices do polígono que não pertencem aos eixos coordenados ((4, 3) e (2, 6)) (2+2) 4 pontos

Obter as coordenadas dos vértices do polígono que pertencem aos eixos coordenados, com exceção da origem ((4, 0) e (0, 6)) (1+1) 2 pontos

Calcular o valor da função objetivo em cada um dos vértices do polígono da região admissível (ou aplicar o método da paralela à reta de nível zero) (**ver notas 5 e 6**) 4 pontos

Identificar os valores pedidos (2 milhares de euros a investir no produto *X-fin* e 6 milhares de euros a investir no produto *Y-fin*) 1 ponto

Notas:

1. Se, em alguma das condições, for utilizado incorretamente apenas o símbolo «<», em vez do símbolo «≤», ou o símbolo «>», em vez do símbolo «≥», a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser desvalorizada em 1 ponto, no total.

2. Se, na condição, for utilizado incorretamente apenas o símbolo «=», em vez do símbolo «≤», a pontuação a atribuir a este passo deverá ser desvalorizada em 1 ponto.

3. Se, na condição, for utilizado incorretamente apenas o símbolo «≥», em vez do símbolo «≤», a pontuação a atribuir a este passo deverá ser desvalorizada em 2 pontos.

4. Se forem apresentadas as condições $x \leq 4000$ e $y \leq 6000$, em vez das condições $x \leq 4$ e $y \leq 6$, respetivamente, e, na resolução, forem utilizadas:
- as condições $x \leq 4$ e $y \leq 6$, a pontuação máxima a atribuir ao conjunto destas etapas deverá ser 27 pontos $(9(2 + 2 + 3 + 1 + 1) + 7 + 11)$;
 - as condições $x \leq 4000$ e $y \leq 6000$, a pontuação máxima a atribuir ao conjunto destas etapas deverá ser 21 pontos $(9(2 + 2 + 3 + 1 + 1) + 7 + 5(0 + 2 + 2 + 1))$.
5. Deverá ser atribuído 1 ponto ao cálculo do valor da função objetivo em cada um dos vértices do polígono que define a região admissível, com exceção da origem.
6. No caso de ser aplicado o método da paralela à reta de nível zero e se apenas for representada, corretamente, esta reta, a pontuação a atribuir a este passo deverá ser 2 pontos.

2. 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Reconhecer que, relativamente à primeira hipótese, as quantias colocadas mensalmente no mealheiro são termos consecutivos de uma progressão aritmética, em que o primeiro termo é 2 e a razão é 1 1 ponto

Escrever o termo geral dessa progressão ($n + 1$ ou equivalente) 1 ponto

Reconhecer que, passados $n - 1$ meses desde o dia inicial da poupança, a quantia existente no mealheiro corresponde à soma de n termos consecutivos dessa progressão 1 ponto

Escrever uma expressão da soma de n termos consecutivos dessa progressão $\left(\frac{2 + n + 1}{2} \times n\right)$ ou equivalente) 1 ponto

Escrever $\frac{2 + n + 1}{2} \times n \geq 500$ (ou equivalente) 1 ponto

Resolver a condição anterior 3 pontos

Reconhecer que, relativamente à segunda hipótese, passados $n - 1$ meses desde o dia inicial da poupança, a quantia existente no mealheiro é termo de uma progressão aritmética, em que o primeiro termo é 15 e a razão é 15 2 pontos

Escrever o termo geral dessa progressão ($15n$ ou equivalente) 1 ponto

Escrever $15n \geq 500$ (ou equivalente) 1 ponto

Resolver a condição anterior 1 ponto

Concluir que a primeira hipótese é a que permite concretizar o objetivo mais rapidamente 2 pontos

2.º Processo

Calcular, relativamente à primeira hipótese, a quantia existente no mealheiro em cada mês até perfazer uma quantia igual ou superior a 500 euros..... 5 pontos

Obter o número mínimo necessário de meses para perfazer aquela quantia 3 pontos

Calcular, relativamente à segunda hipótese, a quantia existente no mealheiro em cada mês, até perfazer uma quantia igual ou superior a 500 euros 3 pontos

Obter o número mínimo necessário de meses para perfazer aquela quantia 2 pontos

Concluir que a primeira hipótese é a que permite concretizar o objetivo mais rapidamente 2 pontos

3.º Processo

Calcular, relativamente à segunda hipótese, $500 \div 15$ (33,3...)	5 pontos
Obter, relativamente à primeira hipótese, a quantia existente no mealheiro após o 33.º depósito (ou após o 32.º, ou após o 31.º).....	8 pontos
Concluir que a primeira hipótese é a que permite concretizar o objetivo mais rapidamente	2 pontos

3. 10 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Reconhecer que o capital correspondente a cada ano é termo de uma progressão geométrica	1 ponto
Obter a razão dessa progressão (1,015)	3 pontos
Escrever uma expressão, em função do capital inicial, C , que permita calcular o capital correspondente ao sexto ano ($C \times 1,015^6$ ou equivalente)	2 pontos
Igualar a expressão anterior a 1530,82	2 pontos
Obter o valor de C (ver nota)	1 ponto
Apresentar o valor pedido	1 ponto

Nota – Pode ser apresentado um valor compreendido entre 1399,999 e 1400,568, de acordo com os arredondamentos efetuados em cálculos intermédios.

2.º Processo

Reconhecer que, até ao quinto ano, o capital correspondente a cada ano se pode obter dividindo o capital correspondente ao ano seguinte por 1,015	3 pontos
Obter os capitais correspondentes ao quinto ano, ao quarto ano, ao terceiro ano, ao segundo ano e ao primeiro ano (1×5)	5 pontos
Obter o capital inicial (1399,9994...)	1 ponto
Apresentar o valor pedido (ver nota).....	1 ponto

Nota – Se for apresentado o valor 1421 euros, arredondamento do capital correspondente ao primeiro ano, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser 0 pontos.

GRUPO II

1.1. **15 pontos**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

- Reconhecer que o problema se pode traduzir pela condição $30 \leq P(t) \leq 40$ (ou equivalente) 1 ponto
- Representar graficamente a função P 2 pontos
- Respeitar a forma do gráfico 1 ponto
- Respeitar o domínio 1 ponto
- Representar graficamente a reta de equação $y = 30$ 1 ponto
- Assinalar o ponto de intersecção da reta de equação $y = 30$ com o gráfico de P 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto de intersecção (8,41992...) 2 pontos
- Representar graficamente a reta de equação $y = 40$ 1 ponto
- Assinalar o ponto de intersecção da reta de equação $y = 40$ com o gráfico de P 1 ponto
- Obter a abcissa desse ponto de intersecção (11,03521...) 2 pontos
- Calcular a diferença entre as abcissas dos dois pontos de intersecção (2,61529...) 1 ponto
- Converter o valor obtido em anos e meses 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (2 anos e 7 meses) 1 ponto

2.º Processo

- Reconhecer que o problema se pode traduzir pela condição $30 \leq P(t) \leq 40$ (ou equivalente) 1 ponto
- Resolver a condição $P(t) \geq 30$ 5 pontos
- Obter $70 \geq 30 + 255 \times e^{-0,22t}$ 1 ponto
- Obter $\frac{40}{255} \geq e^{-0,22t}$ 1 ponto
- Obter $\ln\left(\frac{40}{255}\right) \geq -0,22t$ 2 pontos
- Obter $t \geq 8,41992 \dots$ 1 ponto
- Resolver a condição $P(t) \leq 40$ 5 pontos
- Obter $70 \leq 40 + 340 \times e^{-0,22t}$ 1 ponto
- Obter $\frac{30}{340} \leq e^{-0,22t}$ 1 ponto
- Obter $\ln\left(\frac{30}{340}\right) \leq -0,22t$ 2 pontos
- Obter $t \leq 11,03521 \dots$ 1 ponto
- Calcular a diferença entre 11,03521... e 8,41992... (2,61529...) 1 ponto
- Converter o valor obtido em anos e meses 2 pontos
- Apresentar o valor pedido (2 anos e 7 meses) 1 ponto

3.º Processo

Reconhecer que o problema se pode traduzir pela condição $30 \leq P(t) \leq 40$ (ou equivalente)	1 ponto
Resolver a condição $P(t) = 30$	4 pontos
Obter $70 = 30 + 255 \times e^{-0,22t}$	1 ponto
Obter $\frac{40}{255} = e^{-0,22t}$	1 ponto
Obter $\ln\left(\frac{40}{255}\right) = -0,22t$	1 ponto
Obter $t = 8,41992 \dots$	1 ponto
Resolver a condição $P(t) = 40$	4 pontos
Obter $70 = 40 + 340 \times e^{-0,22t}$	1 ponto
Obter $\frac{30}{340} = e^{-0,22t}$	1 ponto
Obter $\ln\left(\frac{30}{340}\right) = -0,22t$	1 ponto
Obter $t = 11,03521 \dots$	1 ponto
Referir que a função P é estritamente crescente (ver nota)	2 pontos
Calcular a diferença entre $11,03521\dots$ e $8,41992\dots$ ($2,61529\dots$)	1 ponto
Converter o valor obtido em anos e meses	2 pontos
Apresentar o valor pedido (2 anos e 7 meses)	1 ponto

Nota – Se for referido apenas que a função P é crescente, a pontuação a atribuir a esta etapa não deverá ser desvalorizada.

1.2. 15 pontos

Identificar o dia 1 de junho de 2012 com $t = 14$	2 pontos
Obter $P(14)$	4 pontos

Esta etapa pode ser resolvida por, pelo menos, três processos.

1.º Processo

Representar graficamente a função P	2 pontos
Respeitar a forma do gráfico	1 ponto
Respeitar o domínio	1 ponto
Assinalar o ponto do gráfico de abcissa 14	1 ponto
Obter a ordenada desse ponto ($50,3360\dots$)	1 ponto

2.º Processo

Substituir t por 14 na expressão de $P(t)$	2 pontos
Obter o valor de $P(14)$	2 pontos

3.º Processo

Apresentar a linha da tabela da função P relevante para a resolução do problema 4 pontos

Identificar a altura estimada da Laura aos 14 anos (160 cm) 3 pontos

Converter 160 cm em metros 1 ponto

Apresentar uma expressão para o valor do IMC da Laura 3 pontos

Obter o valor pedido (19,7) 2 pontos

2. **15 pontos**

Apresentar as listas introduzidas na calculadora 1 ponto

Apresentar o valor de a (-140,125) 3 pontos

Apresentar o valor de b (58,744) 3 pontos

Determinar o número de meses decorridos entre o dia 1 de junho de 1998 e o dia 1 de dezembro de 2014 (198) (**ver nota**) 3 pontos

Obter o valor pedido (170,5) 5 pontos

Nota – Se for apresentado o valor 192, em vez do valor 198, a pontuação a atribuir a esta etapa deverá ser 1 ponto.

GRUPO III

1. 20 pontos

Tópicos de resposta:

- apresentar a razão pela qual o professor não poderia estar a pensar no conjunto I;
- apresentar a razão pela qual o professor não poderia estar a pensar no conjunto III;
- apresentar a razão pela qual o professor não poderia estar a pensar no conjunto IV.

Níveis	Descritores do nível de desempenho	Pontuação
6	Na resposta, são apresentados os três tópicos, de forma clara e organizada e com vocabulário específico adequado.	20
5	Na resposta, são apresentados os três tópicos, com falhas na organização dos conteúdos ou na utilização do vocabulário específico.	17
4	Na resposta, apenas são apresentados dois tópicos, de forma clara e organizada e com vocabulário específico adequado.	14
3	Na resposta, apenas são apresentados dois tópicos, com falhas na organização dos conteúdos ou na utilização do vocabulário específico.	11
2	Na resposta, apenas é apresentado um tópico, de forma clara e organizada e com vocabulário específico adequado.	8
1	Na resposta, apenas é apresentado um tópico, com falhas na organização dos conteúdos ou na utilização do vocabulário específico.	5

Exemplo de resposta:

O professor não poderia estar a pensar no conjunto I, porque todos os polígonos estão sombreados neste conjunto; logo, o acontecimento “o polígono escolhido está sombreado” é o acontecimento certo.

O professor não poderia estar a pensar no conjunto III, porque há mais triângulos do que quadrados neste conjunto; logo, é mais provável o polígono ser um triângulo do que ser um quadrado.

Finalmente, o professor também não poderia estar a pensar no conjunto IV, porque, sabendo-se que o polígono está sombreado, a probabilidade de ser um quadrado, neste conjunto, é 1, uma vez que ambos os polígonos sombreados são quadrados.

2.1. 15 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Subdividir o quadrado [OPQR] em nove quadrados geometricamente iguais 3 pontos

Referir que a soma das áreas dos dois triângulos não sombreados é igual à área de um desses nove quadrados 4 pontos

Referir que a área da região não sombreada da figura corresponde à soma das áreas de três dos nove quadrados 3 pontos

Referir que a área da região sombreada da figura corresponde à soma das áreas de seis dos nove quadrados 3 pontos

Concluir o pretendido 2 pontos

2.º Processo

- Escrever, em função de \overline{OP} , uma expressão da área do quadrado $[OPQR]$ 2 pontos
- Escrever, em função de \overline{OP} , uma expressão da área de um quadrado de lado \overline{OA} 2 pontos
- Escrever, em função de \overline{OP} , uma expressão da área de um dos triângulos não sombreados 3 pontos
- Escrever, em função de \overline{OP} , uma expressão da área da região não sombreada .. 3 pontos
- Reconhecer que a área do quadrado $[OPQR]$ é o triplo da área da região não sombreada (ou obter uma expressão, em função de \overline{OP} , da área da região sombreada) 3 pontos
- Concluir o pretendido 2 pontos

2.2.1. 5 pontos

Níveis	Descritores do nível de desempenho	Pontuação
2	Na resposta, são identificadas as coordenadas $(0, 3)$	5
1	Na resposta, apenas se reconhece que o ponto simétrico do ponto P em relação à reta OQ é o ponto R	3

2.2.2. 10 pontos

- Indicar as coordenadas do ponto $B ((2, 0))$ 1 ponto
- Indicar as coordenadas do ponto $C ((3, 1))$ 1 ponto
- Obter o declive da reta $BC (1)$ 3 pontos
- Obter a ordenada na origem da reta $BC (-2)$ 3 pontos
- Escrever a equação reduzida da reta $BC (y = x - 2)$ 2 pontos

3. 10 pontos

- Reconhecer que a mediana da distribuição é 70 minutos 4 pontos
- Referir que metade dos alunos demoraram mais do que 70 minutos a realizar as atividades 4 pontos
- Obter o valor pedido (14 alunos) 2 pontos

GRUPO IV

1. 20 pontos

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

1.º Processo

Identificar a distância do afélio de Saturno ao Sol com $d(0)$ (ver nota)	3 pontos
Calcular $d(0)$	4 pontos
Identificar a distância do periélio de Saturno ao Sol com $d(\pi)$	4 pontos
Calcular $d(\pi)$	4 pontos
Reconhecer que \overline{AP} é igual a $d(0) + d(\pi)$	3 pontos
Calcular $d(0) + d(\pi)$	1 ponto
Apresentar o valor pedido (2867)	1 ponto

Nota – Se a distância for identificada com $\frac{1429}{1 - 0,055723 \cos(2\pi)}$, a pontuação a atribuir a esta etapa não deverá ser desvalorizada.

2.º Processo

Identificar a distância do afélio de Saturno ao Sol com o valor máximo da função d	2 pontos
Identificar a distância do periélio de Saturno ao Sol com o valor mínimo da função d	2 pontos
Representar graficamente a função d	5 pontos
Respeitar a forma do gráfico	3 pontos
Respeitar o domínio da função (ver nota)	2 pontos
Assinalar o ponto do gráfico cuja ordenada é o valor máximo da função d	1 ponto
Obter a ordenada desse ponto (1513,3271...)	2 pontos
Assinalar o ponto do gráfico cuja ordenada é o valor mínimo da função d	1 ponto
Obter a ordenada desse ponto (1353,5747...)	2 pontos
Reconhecer que \overline{AP} é igual à soma dos valores obtidos	3 pontos
Calcular essa soma (2866,9018...)	1 ponto
Apresentar o valor pedido (2867)	1 ponto

Nota – Se for considerado o intervalo $[0, 2\pi]$ ou o intervalo $]0, 2\pi]$, a pontuação a atribuir a este passo não deverá ser desvalorizada.

2. 10 pontos

Escrever $d(2\pi - x) = \frac{1429}{1 - 0,055723 \cos(2\pi - x)}$	3 pontos
Referir que $\cos(2\pi - x) = \cos(-x)$ (ver nota)	3 pontos
Referir que $\cos(-x) = \cos(x)$ (ver nota)	3 pontos
Concluir que $d(2\pi - x) = d(x)$	1 ponto

Nota – Se esta igualdade não for referida, mas se for reconhecida no círculo trigonométrico, a pontuação a atribuir a esta etapa não deverá ser desvalorizada.

3. 10 pontos

Tópicos de resposta:

- referir que Saturno está na posição correspondente a um ângulo de amplitude $\frac{5\pi}{16}$ radianos;
- referir que a distância de Saturno ao Sol está a diminuir;
- referir que 70,5 é um valor aproximado correspondente à taxa de 70,5 milhões de quilómetros por radiano (**ver notas 1, 2 e 3**).

Níveis	Descritores do nível de desempenho	Pontuação
3	Na resposta, são apresentados corretamente os três tópicos.	10
2	Na resposta, apenas são apresentados corretamente dois dos três tópicos.	7
1	Na resposta, apenas é apresentado corretamente um dos três tópicos.	4

Notas:

1. Se for omitido que 70,5 é um valor aproximado, a pontuação a atribuir à resposta não deverá ser desvalorizada.
2. Se for omitido que 70,5 corresponde a uma taxa, a pontuação a atribuir à resposta não deverá ser desvalorizada.
3. Se for referido «-70,5», em vez de «70,5», a pontuação a atribuir à resposta deverá ser desvalorizada em 1 ponto.

Exemplo de resposta:

Quando Saturno, na sua órbita, está na posição correspondente a um ângulo de amplitude $\frac{5\pi}{16}$ radianos, a sua distância ao Sol está a diminuir à taxa de cerca de 70,5 milhões de quilómetros por radiano.

COTAÇÕES

GRUPO I

1.	30 pontos
2.	15 pontos
3.	10 pontos
	<hr/>
	55 pontos

GRUPO II

1.	
1.1.	15 pontos
1.2.	15 pontos
2.	15 pontos
	<hr/>
	45 pontos

GRUPO III

1.	20 pontos
2.	
2.1.	15 pontos
2.2.	
2.2.1.	5 pontos
2.2.2.	10 pontos
3.	10 pontos
	<hr/>
	60 pontos

GRUPO IV

1.	20 pontos
2.	10 pontos
3.	10 pontos
	<hr/>
	40 pontos

TOTAL **200 pontos**