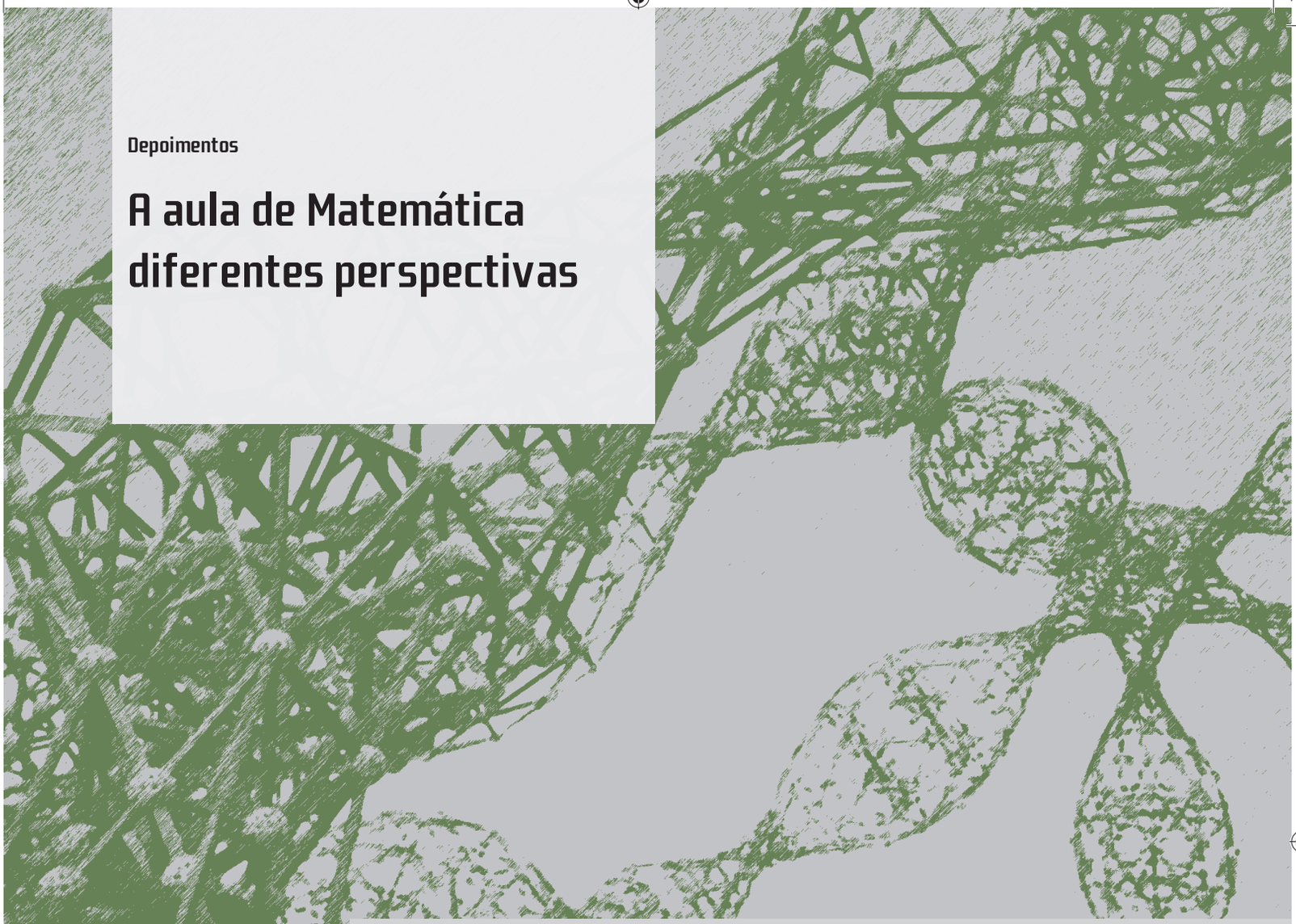
A aula de Matemática diferentes perspectivas



Quando se fala na aula de Matemática diferentes são as imagens que nos ocorrem. Nessa diversidade estão os modos de trabalho, as tarefas, as descobertas e os fracassos, as falas e os silêncios. A equipa responsável pelo número temático propôs a um conjunto de colegas o desafio de escrever um depoimento sobre a aula de Matemática e posteriormente reagir comentando os restantes depoimentos.

Assim, foram colocadas diferentes questões para que pudessem servir de ponto de partida: Que matemática na sala de aula? Qual o papel das tarefas e dos recursos na aula? Que metodologias podem ser ou são usadas na aula de Matemática? Como proporcionar uma aprendizagem sobre a (e não apenas da) Matemática ao longo de toda a escolaridade?

Foram ainda colocadas algumas questões a cada autor que se prendem com o trabalho que têm vindo a desenvolver até então. Tal como pretendíamos, os depoimentos refletem a diversidade de olhares para a sala de aula bem como as diferentes interpretações sobre o debate solicitado.

Os depoimentos que se seguem contaram com a participação de diferentes autores, o primeiro em co-autoria, de João Pedro da Ponte e Neusa Brando a quem foi solicitado que se centrassem nas questões relativas à aprendizagem da Álgebra, o segundo de Ana Boavida que procurou centrar-se nas questões da argumentação matemática na sala de aula e o terceiro de Eduardo Veloso que a nosso pedido se centrou nas questões da Geometria e sobre como podem ser alteradas as abordagens da geometria na sala de aula.

A equipa agradece aos quatro, Ana, Eduardo, João Pedro e Neusa a dedicação a este espaço de discussão.

S

Trabalho de Projecto

Eduardo Veloso

I

No dia em que comecei a escrever este depoimento, vi logo pela manhã no Diário de Notícias o seguinte grande título:

Professores alinham com ministro e pedem exames

A palavra professores referia-se, como é cada vez mais habitual na comunicação social, à SPM. E na contracapa do mesmo jornal aparecia uma entrevista com o presidente da SPM intitulada «As máquinas de calcular não deveriam ser usadas no básico». Nessa entrevista Miguel Abreu explicitava as suas duas medidas mais importantes para «melhorar o ensino da Matemática»: *testes intermédios*, por exemplo no 2.º ano, e *proibição de máquinas de calcular no ensino básico*. Salientava que a utilização das máquinas de calcular «pode depois prejudicar o ensino secundário e o ensino superior». Como é tradicional nos professores universitários de matemática, uma das suas principais preocupações é garantir que os alunos chegam ao ensino superior suficientemente amestrados no cálculo.

II

Assim, quando leio a primeira questão na mensagem que me foi enviada — «que matemática na sala de aula?» — surge-me logo uma questão prévia: matemática para quê? para facilitar a vida dos professores do ensino superior? Se assim não é, então não será de reflectir e mudar radicalmente o que temos andado a fazer? Atrevendo-me a um pequeno desvio em relação ao que me é pedido, gastarei os dois pontos seguintes para apontar alguns elementos dessa reflexão. Depois tentarei voltar à questão posta pela equipa deste número temático.

III

Como estamos em matéria de grandes questões e de respostas radicais, nesta época dita de «transparências», devo dizer que as palavras «sala de aula» me suscitam o desejo de gritar uma palavra de ordem: Abaixo a sala de aula! Viva o trabalho de projecto! Como todas as palavras de ordem, não é para tomar à letra, é apenas para assinalar que devemos repensar a educação comum para todos os jovens, e em particular a organização da vida escolar, libertando-as do modelo de produção de trabalhadores do industrialismo do séc. XIX e da escola-fábrica com toques de sirene de 45/90 em 45/90 minutos. Em 1988, a APM disse em Milfontes que o professor tinha que descer do seu estrado, na sala de aula, para se colocar junto dos alunos e transformar os tipos de trabalho que dominavam a sala de aula. Um quarto de século mais tarde, e perante a situação actual, não chega continuar a dizer o mesmo e a detalhar cada vez mais esses modelos. Devemos reflectir melhor sobre *os objectivos de uma experiência matemática prolongada* de todos os alunos na escolaridade obrigatória, e certamente perceberemos que essa experiência irá exigir espaços na escola muito diferentes da sala de aula tradicional: espaços para trabalho individual dos alunos ou em grupo, bibliotecas, salas de computadores, espaços oficinais, etc.

O ponto seguinte apresenta algumas notas sobre esses objectivos.

IV

A) Exactamente há 25 anos, quando eu frequentava como aluno livre a cadeira de Metodologia da Matemática do Mestrado em Educação Matemática na FCUL, João Pedro da Ponte deu-nos a ler um artigo de um professor inglês que questionava a pertinência das razões que se apresentavam habitualmente para justificar a longa aprendizagem da Matemática no ensino obrigatório — não sermos enganados na mercearia, sabermos quanta alcatifa comprar para forrar o chão da sala, saber se temos dinheiro suficiente para encher de gasolina o depósito do carro e assim por diante. Depois propôs-nos que fizéssemos um trabalho sobre o que pensávamos relativamente aos objectivos de ensino da matemática. Discutimos em pequenos grupos, e lembro-me que o Henrique Guimarães, a Leonor Moreira e eu apresentámos o nosso trabalho tendo como resultado principal a seguinte afirmação (talvez não nestes termos precisos): «a razão pela qual se ensina matemática no ensino obrigatório é a mesma pela qual se ensina (ou deveria ensinar) música». A ideia era a seguinte: tal como uma (desejável mas infelizmente por concretizar) experiência musical prolongada e diversificada no ensino obrigatório não se destinaria a começar a formar músicos, também a experiência matemática não se destina a dar os primeiros passos numa opreparação matemática de nível superior e profissional. Ou seja, defendíamos uma prioridade para objectivos de carácter cultural.

B) Em 1990 a equipa do projecto MAT789 (Paulo Abrantes, Leonor Santos, Paula Teixeira, Margarida Silva e eu próprio) — um projecto de desenvolvimeno curricular relativo ao 3.º ciclo, nessa altura já com dois anos de execução — publicou um resumo do Projecto reflectindo a sua experiência de dois anos. Nesse resumo, a equipa apresenta a *visão da matemática* como um pressuposto essencial do currículo e afirma:

«O Projecto entende que a escola deve, acima de tudo, contribuir para desenvolver a compreensão do papel e da importância da matemática na vida dos alunos e na sociedade (ao longo da história e no presente) (...)».

Assim, de novo são defendidos objectivos de carácter cultural para o ensino da matemática.

C) Em 2001 é publicado o Currículo Nacional, onde se pode ler:

«A razão primordial para se proporcionar uma educação matemática prolongada a todas as crianças e jovens é de natureza cultural, associada ao facto de a matemática constituir uma significativa herança cultural da humanidade e um modo de aceder ao conhecimento.»

Os pontos A), B) e C) referem-se todos a uma opção bem clara que eu perfilho quanto aos objectivos da experiência matemática que deve ser proporcionada a todos os alunos durante a escolaridade obrigatória (ou seja no ensino básico e secundário). Esses objectivos são de natureza eminentemente cultural e, dada a natureza específica da matemática como ciência, poderão apenas ser prosseguidos através de um longo e diversificado trabalho matemático. Isto implica obviamente a aprendizagem gradual de técnicas básicas nos principais temas da matemática elementar — números, geometria, álgebra — de forma a capacitar os alunos para resolver problemas, fazer investigações matemáticas e desenvolver trabalhos de projecto, sejam de natureza matemática ou interdisciplinar com relevante presença da matemática. Mas a aprendizagem de técnicas *não é em si uma finalidade*, depende dos problemas, das investigações e dos projectos que são propostos aos alunos. Para se compeender bem o que quero dizer dou um exemplo extremo (e mesmo absurdo): se ao longo da escolaridade, nos problemas que encontrou, nas investigações que fez e nos projectos que desenvolveu um aluno não precisou nunca de resolver uma equação do 2.º grau, essa técnica pode nunca ter sido ensinada…

V

Como é evidente, uma tal opção em relação aos objectivos de ensino da matemática na escolaridade obrigatória teria, a ser escolhida — o que está longe de acontecer, mesmo por parte da comunidade da educação matemática —, fortes implicações relativamente a outras questões centrais da política educativa:

- que estrutura para o programa de matemática? — um programa com listas de tópicos como objectivos, como o actual, seria totalmente inadequado; em particular, as metas publicadas não fariam qualquer sentido;
- o sistema de avaliação actual, baseado fundamentalmente em testes e exames escritos com tempo limitado, teria obrigatoriamente que ser abandonado.

Deixando para outra ocasião a discussão importante destes pontos, prossigo agora o meu depoimento sobre «que matemática …?», mas agora naturalmente num contexto diferente no que diz respeito aos objectivos.

VI

Se a experiência matemática dos alunos deve conduzir, ao longo da escolaridade obrigatória, a uma apreciação da natureza da matemática como ciência e do seu papel na nossa sociedade, no passado e no presente, o professor de matemática deve escolher conteúdos matemáticos, nas suas propostas de problemas, investigações e projectos, próprios para essas finalidades. No caso dos projectos interdisciplinares o conteúdo matemático a desenvolver é determinado pelas próprias necessidades do projecto. No caso dos projectos (problemas, investigações) de carácter matemático, essa escolha depende do tipo de conhecimento matemático que os professores adquiriram na sua formação inicial: se o ensino de matemática, nas ESE's e nas Universidades, lhe tiver dado a ele, como aprendiz, apenas factos, técnicas, definições e teoremas e não essa componente histórica e conceptual sobre a própria matemática — como é o caso em geral — ele será incapaz de fazer boas escolhas para os seus alunos.

Vejamos um exemplo. Naturalmente, os diversos tipos de números — naturais, inteiros, racionais, reais — fazem parte da experiência matemática dos alunos. Mas as propostas dos sucessivos professores que os alunos vão ter ao longo da escolaridade apenas poderão colectivamente contribuir para esse tal conhecimento da matemática e dos seus processos se os próprios professores não encararem o trabalho com os números como apenas operacional. Ou seja, se conscientemente, nas suas propostas, tiverem em atenção e como objectivo criar progressivamente nos alunos, como resultado desses tipos diferentes de actividades, esse conhecimento cultural e histórico deste tema dos números e da sua construção histórica ao longo de milénios.

Assim, tal como no caso da construção dos diversos tipos de números, todos os tópicos habituais da matemática elementar — como era de esperar — fazem parte de *percursos temáticos*, cujo conhecimento será imprescindível para os professores do ensino básico e secundário.

Terminarei o meu depoimento apresentando de forma muito breve dois exemplos (pontos VII e VIII) de percursos desse tipo, no domínio da geometria. Deve notar-se que:

- cada um dos percursos descreve, apenas em grandes linhas e de forma indicativa, os conteúdos matemáticos que os professores deveriam aprender na sua formação inicial (ou contínua, para os actuais professores); uma descrição completa de cada um destes percursos (aquilo que poderia constituir um programa de uma cadeira) excede o âmbito deste depoimento;
- cabe aos professores, munidos de um conhecimento sólido relativamente a um dado percurso, e conhecendo bem os seus alunos, transformá-lo didacticamente em projectos (problemas, investigações) próprios; cada professor deve conhecer os produtos relativos a essas propostas relativamente aos alunos que está a receber nesse novo ano ou ciclo (portefólios) e escolher, tendo isso em conta, as suas próprias propostas;
- ao professor do ensino secundário deveria naturalmente competir servir-se da experiência acumulada dos alunos para desenvolver com eles trabalhos de síntese relativos a cada um dos percursos, tentando assim obter os objectivos culturais pretendidos.

VII. Construções geométricas[1]

a) As construções geométricas nos *Elementos* de Euclides. Instrumentos e postulados. O significado das três primeiras proposições dos *Elementos*. Necessidade de formalização.
b) Os problemas clássicos: duplicação do cubo, trissecção do ângulo, quadratura do círculo (com compasso euclidiano e régua não graduada). «Soluções» não ortodoxas: quadratriz de Hippias de Elis, concóide de Nicomedes, hipérbole (Papo de Alexandria), caracol de Étienne Pascal, cónicas de Menecmo, cissóide de Diocles, espiral de Arquimedes, etc.
c) Outras regras do jogo nas construções geométricas: só com o compasso (teorema de Mohr-Mascheroni), só com régua (teorema de Poncelet-Steiner), com régua graduada, com outros instrumentos (esquadro de carpinteiro, trissector de Kempe, etc.)
d) Algebrização das construções geométricas. Teoremas da impossibilidade dos três problemas clássicos.

VIII. Área

a) Euclides — comparação de áreas puramente geométricas; composição (por justaposição) e decomposição de polígonos
b) Arquimedes — método de descoberta: áreas e volumes por pesagens
c) Conexão com os números: do número natural (contagem) ao número racional (medição)
d) Torricelli e Cavalieri (discípulos de Galileu) — o método dos indivisíveis
e) Roberval — a área da ciclóide por indivisíveis
f) Kepler — área do círculo
g) Teorema de Bolyai-Gerwien — dois polígonos com a mesma área são equidecomponíveis
h) Equidecomposições de polígonos com a mesma área: os *puzzles* de Dudeney e outros exemplos
i) Definição axiomática de área
j) 3.º problema de Hilbert — conjectura: existirá um análogo do teorema de Bolyai-Gerwien no espaço (poliedros e volume)?; sua resposta negativa
k) Paradoxo de Banach-Tarski

Nota

[1] Para mais informação, ver Educação & Matemática n.º 100, *Reflexão sobre a Geometria* (I).

Eduardo Veloso