APM
Associação de Professores de Matemática

Contactos:
Rua Dr. João Couto, n.º 27-A
1500-236 Lisboa
Tel.: +351 21 716 36 90 / 21 711 03 77
Fax: +351 21 716 64 24

Parecer sobre o teste intermédio de Matemática A, do 12.º ano realizado a 28 de fevereiro de 2013.

Consideramos que, apesar de os diversos itens se referirem às matérias indicadas na informação n.º 2 relativa ao Projeto Testes Intermédios 2012/2013, o teste é extensíssimo, impossível de fazer com acerto no tempo disponível para a sua realização (90 minutos) e é expectável que seja considerado **difícil** para grande parte dos alunos.

O facto de a maioria das questões de escolha múltipla exigirem a mobilização simultânea de vários conceitos e por vezes alguns cálculos complexos, exige que os alunos gastem bastante tempo nesta parte ficando sem tempo suficiente para a resolução do Grupo II da prova. Por exemplo, no Grupo I, no item 5 estão envolvidos o conhecimento do cálculo de limites, o produto de funções, a continuidade num ponto e a análise de gráficos; na questão 3 a propriedade operatória dos logarítmos, sendo do programa, não é das mais utilizadas, traduzindo-se por isso, para muitos alunos, no gasto de mais tempo; no item 2. a nomenclatura usada no enunciado $X \sim N(\mu, \sigma)$, não é habitual nem nos manuais nem no formulário e criou muita ansiedade em alguns alunos que leram "desvio padrão $\boldsymbol{\sigma(X \sim N(\mu, \sigma))}$" e ficaram confusos.

Relativamente ao Grupo II do teste, consideramos que muitas questões estão para além do que determina o programa. Em praticamente todas as questões há um item com grau de dificuldade elevado, por vezes traduzido em pormenores e/ou técnicas de cálculo que podem contribuir para inviabilizar a capacidade de resposta às questões colocadas de muitos alunos, sem que seja possível testar se adquiriram ou não conhecimentos essenciais. Por exemplo, o item 1.2 relativamente ao cálculo combinatório (relativamente ao qual o programa diz "As técnicas de contagem que aqui aparecem como auxiliar do cálculo de probabilidades") não deveria obrigar à resolução de equações com recurso às fórmulas do cálculo combinatório, como de resto nunca tinha acontecido, quer em exames, quer em testes intermédios; no item 3.2 lê-se "O gráfico da restrição da função f ao intervalo…", ora "restrições e extensões" não são do programa; o item 3.3. em que que se requeria o uso das capacidades da calculadora, era demorada, exigia bastante atenção e levantava naturalmente questões aos alunos, dadas as caraterísticas da função que estava em jogo – definida por ramos, considerada num intervalo em que os dois ramos estavam presentes e a dificuldade da representação do gráfico em x=4; o que foi pedido em termos de cálculo de limites (itens 3.1. e 3.2.) parece ultrapassar o que a este respeito é refererido nos programas; a resolução da equação do item 4.2, centra-se mais no domínio repetitivo de técnicas de cálculo do que na compreensão dos procedimentos que estão em jogo, neste caso, em contexto de realidade, com uma aproximação pretendida às unidades, faria todo o sentido o uso da tecnologia gráfica.

A informação n.º 2 para o teste intermédio tem o programa homologado em 2002 como referência. No programa de Matemática A, pode-se ler nas indicações metedológicas respeitantes às funções exponencial e logarítmica o seguinte:

> Os estudantes precisam de desenvolver a compreensão de procedimentos algébricos e utilizá-los (a par da utilização da calculadora) sem que para isso tenham que fazer exercícios repetitivos.

E, no que respeita a teoria dos limites, diz até que *as indeterninações são referidas apenas para mostrar as limitações dos teoremas operatórios…* :

Desenvolvimento	Indicações metodológicas
Teoria de limites ■ Limite de função segundo Heine. Propriedades operatórias sobre limites (informação); limites notáveis (informação). Indeterminações. Assímptotas. Continuidade. ■ Teorema de Bolzano–Cauchy (informação) e aplicações numéricas.	As indeterminações são referidas apenas para mostrar as limitações dos teoremas operatórios. o programa apenas pressupõe que se levantem as indeterminações em casos simples. Dificuldade a não exceder: $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{5x^4-2x+1}{x^2+3}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})$; $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^3-1}{x-1}$ É aconselhável que os estudantes experimentem numérica e graficamente a relação entre os limites no infinito da exponencial, da potência e dos logaritmos.

Fará sentido, ainda por cima num mesmo teste, pedir limites como os que constam deste teste intermédio? É nosso entendimento que o limite pedido no item 3.1., com duas mudanças de variável, ultrapassa claramente o que o programa determina. Veja-se a resolução do item 3.1.:

$$\lim_{x\to4^+} f(x) = \lim_{x\to4^+}\frac{\ln(3x-11)}{x-4} \underset{y=x-4}{\overset{\frac{0}{0}}{=}} \lim_{y\to0^+}\frac{\ln[3(y+4)-11]}{y} = \lim_{y\to0^+}\frac{\ln(3y+1)}{y} =$$

$$= \lim_{y\to0^+}\frac{3\times\ln(3y+1)}{3y} = 3\times\lim_{y\to0^+}\frac{\ln(3y+1)}{3y} \underset{z=3y}{=} 3\times\lim_{z\to0^+}\frac{\ln(z+1)}{z} = 3\times1 = 3$$

Como $\lim\limits_{x\to4^-} f(x)=3$ e $\lim\limits_{x\to4^+} f(x)=3$, tem-se $\lim\limits_{x\to4} f(x)=3$

Também o limite pedido no item 3.2., tem um grau de dificuldade exagerado com a raiz de x^2 dentro de um limite.
Veja-se a resolução do item 3.2.:

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}\frac{3x+3}{\sqrt{x^2+9}} \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim_{x\to-\infty}\frac{3x+3}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{9}{x^2}\right)}} = \lim_{x\to-\infty}\frac{3x+3}{|x|\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}} =$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{3x+3}{-x\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}} = \lim_{x\to-\infty}\frac{3+\frac{3}{x}}{-\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}} = \frac{3+0}{-\sqrt{1+0}} = -3$$

Portanto, a reta de equação $y=-3$ é assíntota do gráfico de f, quando $x\to-\infty$

Fará sentido exigir a resolução algébrica de equações como esta**, s**obretudo quando o tempo disponível para a resolução de cada questão é pouco e quando a equação aparece no contexto de uma aplicação da realidade e a aproximação pretendida é às unidades?

$$a(t) = b(t) \Leftrightarrow e^{-0,03t} - 0,02t + 3 = 6e^{-0,06t} - 0,02t + 2 \Leftrightarrow e^{-0,03t} + 1 = 6e^{-0,06t} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6e^{-0,06t} - e^{-0,03t} - 1 = 0 \Leftrightarrow 6(e^{-0,03t})^2 - e^{-0,03t} - 1 = 0 \underset{y=e^{-0,03t}}{\Leftrightarrow} 6y^2 - y - 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times (-6)}}{2 \times 6} \Leftrightarrow y = \frac{1 \pm 5}{12} \Leftrightarrow y = -\frac{1}{3} \vee y = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{e^{-0,03t} = -\frac{1}{3}}_{\text{equação impossível}} \vee e^{-0,03t} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow e^{-0,03t} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -0,03t = \ln\frac{1}{2} \Leftrightarrow t = \frac{\ln\frac{1}{2}}{-0,03} \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{0,03}$$

Assim, $t \approx 23,105$

Portanto, decorreram 23 segundos.

Em conclusão podemos dizer que muitas questões excedem claramente o programa.
O teste tem que ser analisado no seu conjunto e o facto de praticamente todos os itens terem associada alguma dificuldade acrescida (por vezes apenas uma técnica pouco utilizada), faz gastar muito tempo e não dá oportunidade ao aluno, de mostrar o que realmente sabe. Sub-repticiamente este teste intermédio está a meter no programa inúmeras coisas que não estão lá. Num momento em que os alunos desenvolvem ainda o seu processo de aprendizagem, que é um processo gradual, este teste não permite que alunos com um desempenho mais fraco relevem os conhecimentos adquiridos e pode contribuir para o desanimo de alguns dos estudantes.

Este teste intermédio contribuiu para deixar os professores com dúvidas sobre o que ensinar e sobre a forma como têm vindo a interpretar o programa em vigor.

17 de março de 2013