

PARECER DA APM
PROGRAMA DE MATEMÁTICA DO ENSINO BÁSICO (PMEB)
(documento de trabalho)

INTRODUÇÃO

A leitura do presente documento deve ter sempre presente que:

- O tempo para promover uma discussão bastante participada dentro da APM foi muito insuficiente. Gostaríamos que o Ministério da Educação tivesse disponibilizado mais tempo e investido em formas mais diversificadas para esta discussão.
- O período escolhido para a discussão contribuiu também para que fiquem certamente por detectar falhas, incoerências, e orientações pouco claras, entre outros, mas foi o melhor que conseguimos fazer no tempo e nas condições que tivemos.
- A APM é, sempre foi, um espaço de pluralidade de ideias e, por isso, não se procurou atingir consensos quanto à aceitação ou rejeição da filosofia que transparece na proposta de reajustamento do PMEB. Consequentemente, deixaremos o nosso contributo naquilo que, no nosso entender, poderá vir a melhorá-la.
- Muitos dos comentários/reacções que agora se apresentam foram suscitados pelas questões levantadas nos documentos-síntese do debate intitulado Pontos Críticos dos Programas do Ensino Básico, apresentados e aprovados na reunião de 26 de Maio de 2007 do Conselho Nacional da APM.

Apesar de se reconhecer que um programa, apenas por si, nunca poderá alterar as práticas dos professores, ele pode facilitar ou dificultar a realização de mudanças significativas. A APM gostaria que este programa fosse mais inovador em alguns aspectos.

De um ponto de vista global, o documento em discussão poderá vir a ajudar a promover a inovação no ensino da Matemática se forem melhorados alguns pontos e se forem perspectivadas algumas orientações nomeadamente através da publicação de materiais de apoio, sobre a utilização de manuais escolares e sobre a realização de exames nacionais. O sucesso de um programa depende de muitos factores – por isso sugerimos que haja medidas de acompanhamento da sua implementação. Essas medidas deverão passar necessariamente pela formação contínua de professores e pela edição de brochuras que interpretem e clarifiquem o programa, sugerindo abordagens aos vários temas. No entanto, é preciso ter em conta que quaisquer materiais de apoio que venham a ser editados não podem substituir o programa na clarificação de intenções, uma vez que não têm o carácter prescritivo do programa e não são, em geral, de acesso tão fácil e pouco dispendioso.

Todos os documentos de orientação curricular produzidos ou a produzir deverão apontar para o apoio aos professores, para a valorização do papel destes profissionais e do trabalho colaborativo entre eles. Contudo, há outros factores que influenciam e determinam o sucesso do acto educativo, que não dependem dos professores e sobre os quais também é preciso reflectir e agir. A par das iniciativas já referidas, é preciso garantir que a política educativa invista na criação de condições nas escolas para que se realize um trabalho de qualidade e a implementação do programa se faça com sucesso.

Sobre o processo de discussão

A APM considera que teria sido vantajoso um processo de discussão simultâneo, ou anterior, à elaboração da proposta, em que deviam ter sido envolvidas as escolas, especialistas, assim como as duas instituições representativas dos educadores matemáticos e dos matemáticos, parceiros obrigatórios e incontornáveis no panorama do ensino e aprendizagem da Matemática em Portugal – a APM e a SPM. Desde os anos 80, a APM esteve envolvida nos vários processos de discussão de documentos de orientação curricular, tendo organizado em 1988 um seminário em que produziu o documento de trabalho *Renovação do Currículo de Matemática* que ainda hoje é uma referência nacional no campo do desenvolvimento curricular em Matemática.

Estamos convictos que se tivesse havido uma consulta e alguns momentos de debate, o resultado teria sido muito mais produtivo do que virá a ser, na medida em que:

1. poderia já integrar muitos outros contributos de pessoas e grupos que têm tido experiências inovadoras e bem sucedidas ou que se têm dedicado a reflectir sobre determinados temas matemáticos no âmbito do desenvolvimento curricular;
2. poderia ter havido um processo construtivo e clarificador, designadamente sobre as orientações veiculadas no Currículo Nacional do Ensino Básico (CN) e sobre a estrutura curricular, antes de repensar a forma e o conteúdo dos programas das várias disciplinas que se deveriam articular entre si e com o CN; no nosso entender este processo representa uma oportunidade perdida de pensar o currículo e as aprendizagens dos alunos como um todo coerente;
3. o documento que viesse a resultar do debate seria certamente um documento em que os participantes se reveriam, e que ajudariam a implementar no terreno com mais facilidade e empenho.

Sobre o processo de elaboração

Geralmente, o programa deve ser claro, procurando uma coerência interna, e fornecer justificações para as alterações que pretende introduzir, relativamente aos documentos que

substituirá – neste caso os programas de 1990/91 – e às orientações dos documentos que explicitamente o orientam – o Currículo Nacional do Ensino Básico de 2001. No Plano de Acção para a Matemática, a medida 10 era enunciada nos seguintes termos: *Reajustamento dos Programas de Matemática actualmente em vigor para os três ciclos do ensino básico, adoptando o Currículo Nacional do Ensino Básico como documento de referência.*

1. A elaboração de um documento único para os três ciclos, com a organização por ciclo é uma opção que vem ao encontro do CN e que é unanimemente considerada muito positiva.
2. No entanto, como já foi dito, a elaboração de um reajustamento do Programa de Matemática, sem ter em conta o resto do plano curricular e os programas das outras disciplinas, contradiz o CN, na medida em que este “processo pressupõe uma transformação gradual do tipo de orientações formuladas a nível nacional: de programas por disciplina e por ano de escolaridade, baseados em tópicos a ensinar e indicações metodológicas correspondentes, para competências a desenvolver e tipos de experiências a proporcionar, por área disciplinar e por ciclo, considerando o ensino básico como um todo” (Nota de Apresentação).
3. O CN não foi revisto, como estava previsto fazer até 2003/2004. Não seria mais correcto rever primeiro o CN e, com base num documento curricular global actualizado, fazer os programas de acordo com ele?
4. Considerando que os programas actualmente em vigor já o estão há mais de 15 anos, e que o CN foi publicado há seis, parece-nos evidente que deveriam ter sido acauteladas as condições para a elaboração de um programa que fosse mais do que um reajustamento. A juntar ao conjunto de razões, acrescenta-se que a actual opção coloca a possibilidade de uma nova revisão, na melhor das hipóteses, em 2016 (este reajustamento entrará em vigor em 2010 e a vigência dos manuais escolares é de 6 anos). Parece-nos tempo demais para se esperar por aquilo que pensamos ser o mais adequado. A opção de efectuar alterações mais profundas e definitivas obrigaria a um cuidado ainda maior no apoio à efectivação dessas alterações que sendo sempre indispensável, qualquer que fosse o grau da mudança proposta, se sabe ser vital. Vejam-se por exemplo a falta de apoios para a efectivação dos princípios do CN e as consequências que daí decorreram.

SOBRE A ESTRUTURA DO DOCUMENTO

Um dos aspectos estruturais importantes desta proposta de PMEB é a sua **organização por ciclos**, com a divisão do 1º ciclo em dois blocos, 1º e 2º anos e 3º e 4º anos. A procura de unidade no Ensino Básico que este documento pretende registar deverá ser uma mais valia para o trabalho de todos os profissionais que ensinam matemática nos nove primeiros anos de escolaridade. Concordamos totalmente com esta organização e consideramos que a equipa de autores e o Ministério da Educação não deverão propor nenhum roteiro por anos, pelo risco que isso representa de se tornar “o roteiro” oficial, que influenciará, do nosso ponto de vista negativamente, os autores de manuais escolares e os professores nas escolas. Foi isso, aliás, que aconteceu com os programas de 1990/91. A construção de propostas de roteiros deve ser deixada aos vários intérpretes do currículo – que, para além dos professores, escolas e agrupamentos, podem ser autores de brochuras de apoio, organizações independentes como a APM e a SPM, instituições de ensino superior com responsabilidades na Educação Matemática, e autores dos manuais.

No nosso sistema de ensino actual, um ciclo é uma unidade de trabalho bem definida e caracterizada, leccionada por profissionais especialistas de ciclo que têm condições para fazer uma gestão curricular global. Todos os contributos, como o desta proposta, para reforçar este tipo de gestão devem ser acarinhados.

Esta opção não minimiza as dificuldades que sabemos existirem para essa gestão, nomeadamente no que respeita ao peso relativo dos diversos temas, à sua articulação entre si e com as capacidades transversais. Acreditamos que o reajustamento possa ainda vir a melhorar neste sentido e que os documentos de desenvolvimento que serão ainda produzidos ajudem os professores a concretizar estas orientações.

Um outro aspecto positivo, que está relacionado com o anterior, é a **articulação entre ciclos** – o facto de estar tudo num único documento proporciona desde logo uma visão global do programa e, conseqüentemente, promove uma melhor articulação entre o trabalho dos professores dos três ciclos; a introdução de uma secção, em todos os temas, com a explicitação de como cada tema se articula com o que já foi tratado no ciclo anterior, e os “Quadros temáticos” em que se apresenta uma evolução, em termos de tópicos, do que é o programa nos três ciclos, vem contribuir ainda mais para essa articulação.

Reconhecendo que pode haver uma tendência dos professores de cada ciclo para lerem apenas a parte respeitante ao ciclo que vão leccionar, e que os quadros temáticos podem reforçar a concepção de programa como sequência de tópicos, sugerimos que a par, ou mesmo em substituição dos quadros, se apresente uma descrição sintética para cada tema

e capacidade transversal. Assim, estas descrições esclareceriam não só os tópicos a tratar em cada etapa/ciclo, mas também a evolução pretendida em termos de aprofundamento e formalização, a linguagem adequada a alunos e professores e as experiências de aprendizagem apropriadas (no capítulo 3 do *Principles and Standards for School Mathematics*, é o que o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) faz, por exemplo).

A opção de apresentar o desenvolvimento dos temas em **quadros**, em que a primeira coluna consiste numa lista de tópicos, acompanhados de objectivos específicos e notas põe o foco nos **tópicos** e na sua **sequência**, que eram tradicionalmente os únicos aspectos que constavam em programas anteriores aos de 1990/91. Com esta apresentação corre-se o risco de muitos dos intérpretes do currículo limitarem a leitura do programa a este quadro e privilegiarem aulas e textos de um certo tipo, predominantemente expositivo, que vai esgotando os tópicos da lista, um a um, em vez de organizar as aprendizagens a partir de uma visão global e integrada de cada grande tema.

A coluna “Notas” contém itens de natureza diversa. Algumas vezes são indicações metodológicas, outras esclarecem os significados de alguns termos matemáticos, outras ainda são sugestões de tarefas a propor. Mas não é claro qual o papel destes itens, nem se eles devem ser considerados como aspectos obrigatórios, pelo que sugerimos que os autores clarifiquem a intenção das “Notas”.

Reconhecendo que um documento como este deve ser de fácil e eficaz utilização e consulta, deixamos de seguida algumas sugestões para a melhoria desses aspectos:

- Haver um índice desenvolvido que dê uma panorâmica global do documento.
- A visão global dos temas matemáticos ser apresentada antes destes começarem a ser desenvolvidos para cada ciclo. Uma solução possível é que os Quadros Temáticos, que estão nas páginas 69 a 72, ou a descrição que propomos em substituição, estejam antes da página 14. Se se mantiver a opção pela sua colocação no final do documento, deverá então haver remissões explícitas para eles no corpo do texto.
- Haver elementos gráficos orientadores, como por exemplo, uma coluna cinzenta à direita da página que permitisse identificar, com o documento fechado, as páginas globais e as páginas específicas de cada ciclo.
- Haver títulos ou cabeçalhos mais desenvolvidos que permitam identificar, ao abrir uma página, a que ela se refere. Por exemplo, as páginas 16 a 21 teriam sempre o cabeçalho “1º ciclo - Números e Operações”.

SOBRE AS OPÇÕES CURRICULARES

Articulação com o Currículo Nacional do Ensino Básico

Há vários aspectos que nos parecem problemáticos na articulação da proposta de PMEB com o CN e que no nosso entender deverão ser clarificados no programa, para que os professores não se deparem com dificuldades na utilização dos dois documentos em simultâneo, como orientadores de uma mesma prática. Assim, sugerimos que os autores expliquem como é que os professores devem utilizar um e outro na preparação das suas actividades lectivas. Além disso, gostaríamos de ver clarificadas no documento as seguintes opções:

1. A não utilização do termo competência. É desejável que o PMEB retome o conceito, utilizado pela comunidade educativa, e esclareça a sua ligação com as finalidades e os objectivos gerais.
2. As razões que levaram à alteração de cada uma das designações dos domínios temáticos.

A este propósito, não compreendemos a inclusão do tema “Probabilidades” em “Organização e tratamento de dados”. Também nos parece problemático substituir “Álgebra e Funções” por “Álgebra”, na medida em que o conceito de função é um conceito fundamental e abrangente que aparece em todos os temas matemáticos e tem, por isso, um papel importante na revelação da natureza da Matemática. As transformações geométricas são funções, as distribuições de probabilidades são funções, as sequências numéricas e as sucessões são funções. Além disso, a alteração pode fazer crer aos professores que este programa privilegia actividades como o cálculo algébrico e a resolução de equações, ou outras manipulações algébricas, em detrimento da interpretação gráfica e da resolução de problemas que envolvem funções.

3. A reformulação das finalidades do ensino da Matemática. Parece-nos que o CN coloca a ênfase nas finalidades de natureza cultural, e que esta proposta de reajustamento remete esse aspecto para segundo lugar, pela forma como é formulado nos objectivos gerais.

Objectivos e finalidades

Um aspecto inovador e bastante positivo no documento em discussão é o enunciado do propósito principal de ensino, referente aos alunos, em cada grande tema programático e em cada ciclo. Em nosso entender esse propósito poderia ser mais explicitado, chamando a atenção para os aspectos a realçar, em cada tema, sobre a natureza da Matemática e da actividade matemática.

Percebe-se, ao longo do documento, uma preocupação em operacionalizar as finalidades em objectivos gerais e objectivos específicos. No entanto, os objectivos específicos revestem várias formas: nuns casos, estão formulados como actividades que os alunos devem ser capazes de realizar, como “Recolher, classificar em categorias ou classes e organizar dados de natureza diversa”; noutros, são resultados das aprendizagens, mas dificilmente mensuráveis, como “Compreender as propriedades dos sólidos geométricos”; em alguns casos, ainda, são definidos em termos de comportamentos como “Identificar as propriedades da circunferência e distinguir circunferência de círculo”. Não são claras as propriedades da circunferência a que os autores se referem e que os alunos devem identificar (a curvatura constante, a distância constante de todos os pontos ao centro, as simetrias?), nem se percebe como é que distinguir circunferência de círculo pode contribuir para os objectivos gerais de aprendizagem ou para o propósito geral de ensino. Em mais nenhuma outra figura plana se pede aos alunos para distinguir, utilizando nomes diferentes, a fronteira do conjunto de todos os seus pontos (interiores e fronteiros); na língua inglesa, utiliza-se a mesma palavra e não parece que isso cause grandes problemas. A preocupação em traduzir tudo em objectivos específicos pode ter como consequência um efeito perverso que é afastar a atenção dos professores dos objectivos gerais, limitando a sua acção ao ensino dos nomes – circunferência e círculo – e à avaliação deste tipo de comportamentos – distinguir circunferência e círculo –, como tantas vezes vemos em manuais escolares e em provas de avaliação.

Assim, a manter-se a opção de apresentar o desenvolvimento dos temas em quadros de tópicos e objectivos específicos, sugerimos que estes últimos sejam revistos cuidadosamente e eventualmente substituídos por experiências que os alunos devem viver.

Capacidades transversais

As capacidades transversais constituem outro aspecto inovador deste programa, que apoiamos porque realçam dimensões importantes das aprendizagens matemáticas.

Contudo, reconhecemos que a gestão curricular de todas estas dimensões é complexa. As opções do programa devem pois ser mais orientadoras e devem ser procuradas sugestões que equilibrem a abordagem dos temas matemáticos e o desenvolvimento das capacidades transversais.

Metodologias de ensino e experiências de aprendizagem

As indicações metodológicas gerais e em cada tema são, de um modo geral, bastante claras e completas, com indicações das abordagens mais indicadas, das tarefas e situações de aprendizagem e dos vários recursos a utilizar. No entanto, parece-nos que poderiam

melhorar muito se integrassem propostas de temas/actividades/projectos a abordar com outras disciplinas ou no âmbito das áreas curriculares não disciplinares, com contributos de professores de várias disciplinas. Só a título de exemplo, a propósito do tema simetria nos 2º e 3º ciclos, poderia propor-se um projecto em interdisciplinaridade com a disciplina de Educação Visual.

Já no que respeita às experiências de aprendizagem que os alunos devem viver, elas estão enunciadas a um nível muito geral. O programa ficaria muito mais claro e operacionalizável para os professores se fossem especificadas as experiências de aprendizagem em cada tópico.

Avaliação

A avaliação é um aspecto determinante do processo ensino-aprendizagem, na medida em que é reguladora do trabalho dos professores e dos alunos e, portanto, pode ter um papel importante na promoção de aprendizagens. Nesse sentido, é de aplaudir a inclusão da secção com considerações sobre o modo como a avaliação deve ser entendida pelos professores. Também neste caso, pensamos que o documento poderia ser melhorado, se fossem sugeridas e explicadas metodologias de avaliação inovadoras e mais adequadas às metodologias de ensino que se preconizam, nomeadamente o portefólio, que tendo já dado provas, é ainda muito pouco utilizado nas nossas escolas. Pelas mesmas razões, sugerimos também que se recomendem outros instrumentos de avaliação como os relatórios e os testes em duas fases. A recomendação de metodologias e instrumentos não deve ter carácter prescritivo e pretende antes diversificar e enriquecer a avaliação.

Já aconteceu, por vezes, a tutela emitir, em paralelo ou posteriormente aos programas, documentos que influenciam ou determinam o processo de avaliação dos alunos, muitas vezes em sentidos contraditórios com aqueles. Esse é um procedimento que cria muitos constrangimentos e obriga a que os professores infrinjam sempre algumas das orientações emanadas. De algum modo, devia ser garantido que isso não venha a suceder.

Gestão curricular

A secção “Gestão Curricular” (páginas 11 e 12) refere sempre a responsabilidade do professor/indivíduo na gestão do programa e nunca se refere ao grupo de professores. Sem negar a importância do papel de cada professor na relação pedagógica que estabelece com os seus alunos e com a Matemática, nem querer limitar a liberdade que é essencial ao desempenho das suas funções, parece-nos que esta formulação é bastante desadequada, dado o reconhecimento geral da importância do trabalho colaborativo dos professores nas escolas para a melhoria da qualidade do ensino e das aprendizagens. Considerando ainda a

dificuldade que tem havido em criar uma cultura de responsabilidade colectiva na gestão do currículo e nas práticas lectivas, sugerimos que toda a secção seja reformulada de forma a colocar a tónica na importância do trabalho colaborativo dos professores nas escolas para a gestão do currículo, sem que o texto possa ser interpretado como uma tentativa de normalização de actuações.

Exequibilidade

Relativamente ao programa em vigor, este apresenta-se mais exigente e ambicioso, quer nas experiências de aprendizagem, quer no aprofundamento a dar a alguns tópicos, e também devido à introdução das capacidades transversais. Como também é referido nesta proposta, é preciso tempo para aprender. Tendo em conta que, nos 2º e 3º ciclos, o programa actual estava pensado para 200 minutos semanais e, hoje, é leccionado em 180, é inevitável pensar que este reajustamento também não será cumprido em pleno, a menos que se retirem conteúdos, permitindo trabalhar convenientemente e nas suas diversas vertentes os que ficam. Mesmo concordando que há formas de gestão do programa que facilitam o seu cumprimento, a extensão e ambição deste programa torna-o dificilmente exequível.

ASPECTOS ESPECÍFICOS COMUNS A TODOS OS CICLOS

A organização da Geometria e da Medida

Um dos problemas existentes no ensino básico é a falta de articulação entre os diversos ciclos que o integram. Sendo que a proposta de PMEB se apresenta como uma tentativa de efectuar essa integração, importa perceber a razão pela qual os grupos temáticos em cada um dos ciclos assumem nomes diferentes. Está neste caso a forma como se nomeia e organiza o estudo da Geometria e da Medida. No 1º ciclo existe o bloco temático “Geometria e Medida” com os tópicos e objectivos específicos diferenciados em dois grupos correspondentes à Geometria e à Medida. No 2º ciclo, embora o nome do bloco temático seja o mesmo, não é apresentada esta diferenciação e no 3º ciclo o bloco correspondente já não tem a referência à medida.

Parecendo evidente que a importância relativa do tema Medida se vai esbatendo ao longo dos ciclos, será importante que sejam explicadas as razões que levaram a escolher formas diferentes de organização, que vantagens existem nesta opção e como se poderão afastar eventuais inconvenientes que decorrem da não separação entre a Geometria e a Medida. Por exemplo, o facto de no 2º ciclo existir um peso enorme do estudo de grandezas, respectivas unidades e cálculo de medidas de entes geométricos específicos – amplitude de ângulos, comprimento, área e volume – não levará a uma desvalorização do estudo das relações geométricas, em favor do cálculo numérico de medidas?

Geometria

Seria desejável que um novo programa de Matemática do Ensino Básico pudesse contribuir para minorar aspectos que consideramos negativos no actual ensino da geometria, entre os quais sobressaem reconhecidamente os seguintes:

1. A antiga e persistente tendência para quase limitar a geometria ao estudo da nomenclatura de um pequeno número de objectos geométricos – habitualmente chamados "figuras e sólidos geométricos", embora o significado destas palavras seja bastante nebuloso – e das suas "propriedades" (número de lados, número de vértices, faces planas,...) e relações (perpendicularidade, paralelismo, ...).
2. A redução da geometria a uma pequena parte da geometria do tempo de Euclides;
 - ignorando o desenvolvimento da geometria euclidiana durante mais de dois mil anos
 - não abordando, por exemplo, mesmo de maneira breve, qualquer aspecto da geometria sobre a esfera, apesar da existência de Pedro Nunes;
 - tratando de modo disperso e superficial o tema das transformações geométricas e ignorando a simetria, tópico fundamental da geometria e mesmo da matemática em

geral.

3. O tratamento muito inadequado do comprimento, área e volume, praticamente reduzido à aplicação de fórmulas.
4. O não aproveitamento das inúmeras ocasiões que a geometria oferece para iniciar no 3º ciclo uma aproximação mais explícita da natureza da matemática, através de algumas experiências e investigações envolvendo os conceitos de definição e demonstração.
5. O facto de o ensino da geometria ser a-histórico, deixando que a cultura matemática da generalidade dos portugueses se reduza a saber que existiram dois matemáticos, Tales e Pitágoras, cada um associado a um teorema de que já não se lembram bem do que trata.

A proposta de reajustamento parece querer atacar em algumas partes do texto alguns dos aspectos negativos apontados. Assim, são consideradas positivas, entre outras semelhantes, as seguintes passagens do documento em discussão:

Pág. 8: *A Geometria [...] tem como ideia central o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos [...] Uma alteração de relevo em relação ao programa anterior é que se estudam logo desde o 1.º ciclo diversas transformações geométricas, primeiro de forma mais intuitiva e depois com crescente formalização.*

Pág. 11: *Tal como refere o Currículo nacional, os alunos devem contactar com aspectos da História da Matemática e reconhecer o papel da Matemática no desenvolvimento da tecnologia e em várias técnicas.*

Pág. 22: *Desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização [...]*
O ensino e a aprendizagem da Geometria, neste ciclo, deve privilegiar a exploração, a manipulação e a experimentação, utilizando objectos do mundo real e outros materiais físicos específicos. [...] O vocabulário próprio do tema [Geometria] surge integrado na abordagem dos conceitos e a sua apropriação faz-se de um modo gradual. [...] Ao longo deste ciclo, os alunos têm oportunidade de fazer observações, descrições e representações de objectos, configurações e trajectos. Por exemplo, desenhar objectos partindo de diferentes ângulos de visão, fazer construções e maquetas e debater ideias sobre essas representações contribui para o desenvolvimento da percepção do espaço. Os alunos devem ser estimulados a agir, prever, ver e explicar o que se passa no espaço que percebem desenvolvendo, progressivamente, a capacidade de raciocinarem sobre representações mentais. São também importantes as experiências que envolvem a composição e decomposição de figuras, acompanhadas de descrições e representações

Pág. 38: *[...] Desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico e ser capaz de os usar; Ser capazes de analisar regularidades e padrões geométricos e desenvolver o conceito de*

simetria; Ser capazes de resolver problemas, comunicar e argumentar matematicamente em situações que envolvam contextos geométricos.

Com a sua aprendizagem no âmbito deste tema [Geometria] os alunos devem: [...] Desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico e ser capaz de os usar; Ser capazes de analisar regularidades e padrões geométricos e desenvolver o conceito de simetria; Ser capazes de resolver problemas, comunicar e argumentar matematicamente em situações que envolvam contextos geométricos.

Pág. 39: A simetria é um conceito chave não só em Geometria como noutras áreas da Matemática. Contudo, é na Geometria que atinge a sua maior relevância. Através da simetria podem caracterizar-se objectos geométricos (quase todos os quadriláteros e todos os triângulos se podem classificar com base nas suas simetrias), podem simplificar-se argumentos (muitas propriedades dos paralelogramos podem-se obter atendendo a que a rotação de 180° em torno do ponto de intersecção das suas diagonais é uma simetria para esta classe de objectos). Além disso, a simetria permite construir estratégias eficazes de resolução de problemas.

Infelizmente, quando chegamos em cada ciclo às listas de tópicos e objectivos específicos, as boas intenções expressas nos textos anteriores são contraditadas por passagens dessas listagens, que reforçam em muitos casos os aspectos negativos que apontámos no nº 1. Damos em seguida exemplos e fazemos alguns comentários:

Pág. 24: Identificar figuras planas nos sólidos geométricos (triângulo, quadrado, rectângulo, pentágono, hexágono e círculo) e representá-las, reconhecer propriedades e fazer classificações. Muitas vezes, nas listagens das colunas aparece este termo "identificar", que parece significar "chamar pelo nome apropriado". Note-se que esta frase é um dos primeiros objectivos específicos da geometria do 1º ano. Assim, fica comprometida a boa intenção de: *O vocabulário próprio do tema [Geometria] surge integrado na abordagem dos conceitos e a sua apropriação faz-se de um modo gradual.*

Tópico: Simetria; Objectivo específico: Identificar figuras simétricas e os seus eixos de reflexão (horizontal e vertical) e desenhar figuras simétricas relativas a um eixo horizontal ou vertical. Embora numa frase acima seja dada muita importância ao conceito de simetria, o modo como este conceito é tratado neste reajustamento devia ser inteiramente revisto. A citação anterior é um bom exemplo dos inúmeros mal entendidos que surgem nos textos relativos a este tópico: simetria aqui é o nome da transformação geométrica ou é mesmo simetria, o nome do tal conceito chave? E porquê "identificar" apenas os eixos de reflexão "horizontais" e "verticais"?

Pág. 25: Comparar e descrever propriedades de sólidos geométricos (prisma,

paralelepípedo, cubo, pirâmide, esfera, cilindro e cone) e *classificá-los*. Não compreendemos esta limitação aos sólidos que existiam na caixa de sólidos da velha escola primária do séc. XIX, quando estamos no século XXI, temos outros recursos em materiais manipuláveis e na Internet, e se *deve privilegiar a exploração, a manipulação e a experimentação*, como se diz, e não a fixação de vocabulário. De resto, de novo, no 2º ciclo, torna a aparecer o tópico *Sólidos geométricos* e de novo na lista aparece *prisma, pirâmide, cilindro, cone e esfera*, e também no 3º ciclo voltam a aparecer estes mesmos *sólidos*. Assim, os poliedros regulares e os poliedros arquimedianos não fazem parte da geometria do ensino básico, neste reajustamento.

Pág. 24 e 25: - *salientar que o quadrado é um caso particular de um rectângulo* ou *chamar a atenção que o paralelepípedo e o cubo são casos particulares de prismas*. Estas afirmações, escritas assim, parecem verdades absolutas, mas são apenas classificações que dependem das definições adoptadas para rectângulo ou para prisma. Para alunos dos primeiros anos, o problema não se deveria pôr porque em geral identificam as figuras pelas formas e não pelas propriedades características (ângulos rectos ou duas faces iguais e paralelas, etc). O que seria desejável é que, à medida que os alunos vão conhecendo melhor as figuras, as experiências de aprendizagem os orientem para a necessidade de definir, para melhor compreender, classificar e argumentar. Nessa altura propomos que os professores discutam com os alunos a vantagem das classificações serem inclusivas, isto é, de considerar a classe dos quadrados contida na classe dos rectângulos. Por outro lado, as afirmações transcritas são incoerentes com objectivo específico *compreender e utilizar as fórmulas para calcular a área do quadrado e do rectângulo*, da página 27.

Relativamente aos outros aspectos negativos acima apontados nos actuais programas, saliente-se ainda que:

- Existe um único ponto em todas as listagens de tópicos e objectivos específicos em que a história é abordada, numa nota relativa aos Elementos de Euclides na pág. 67.
- Os teoremas de Tales e de Pitágoras continuam isolados na geometria do ensino básico.
- Existe algum progresso, mas ainda muito limitado e pouco salientado, no tratamento da área.
- Não faz sentido que as isometrias apareçam separadas no programa, quando a sua riqueza está na estrutura de grupo¹ das isometrias com a operação composição, e na

¹ Não sugerimos que seja feita qualquer referência à noção de grupo aos alunos, mas sim que se vão apercebendo, ao trabalhar com as isometrias, de algumas propriedades que estão presentes na composição de transformações geométricas como nalgumas operações com números.

compreensão das analogias e das diferenças entre elas. No tema transformações geométricas deveriam estar incluídas as semelhanças, por várias razões, e também para não se ficar com a ideia errada de que todas as transformações geométricas preservam as distâncias.

- O tópico simetria, reconhecido no próprio programa como conceito chave, só aparece no 1º ciclo, e não se percebe como se podem analisar frisos quanto à simetria sem ter trabalhado a translação.
- O estudo da simetria deveria basear-se muito mais em análise de figuras (rosáceas, frisos e padrões) do que na sua construção porque temos verificado que esta origina algumas confusões entre as transformações que são de simetria e as que são geradoras da figura.

Álgebra

Também em relação à Álgebra, existente apenas nos programas em vigor do 3º ciclo e explicitamente considerada em todos os ciclos no Currículo Nacional, existem diferenças que não estão explicadas. Na actual proposta, no 1º ciclo não se apresenta este bloco temático, embora se reconheçam com facilidade aspectos que se ligam a pensamento pré-algébrico ou de iniciação à álgebra, Nos outros dois ciclos existe um bloco chamado “Álgebra” tendo a palavra “funções” desaparecido. No entanto, a relação entre variáveis é um objectivo específico em todos os ciclos. Querera dizer que este aspecto deverá ser considerado algo menos importante?

Organização e tratamento de dados

É interessante que na proposta de reajustamento do PMEB se perceba a preocupação com a introdução da estatística desde os primeiros anos de escolaridade.

No entanto, levantam-se algumas dúvidas no que se refere aos quadros com os tópicos, os objectivos específicos e as notas. Estes quadros, mais do que darem ideia da ligação entre as diferentes etapas da organização e do tratamento dos dados, parecem ser uma listagem exhaustiva de conceitos sobre os quais os alunos serão examinados.

Apesar de ser referido em todos os ciclos que a metodologia de abordagem destes conceitos deverá ser a metodologia do trabalho de projecto, fica por mencionar, pelo menos nas notas, que este tema também tem muitas potencialidades para ser explorado de e para outros tópicos de matemática, nomeadamente, a álgebra e a geometria.

Não compreendemos que as medidas de tendência central não possam ser todas abordadas e nos vários ciclos, avançando-se na sua compreensão e comparação e permitindo também, e de forma mais significativa, a percepção da sua insuficiência nalguns estudos.

Além disso, o sub-tema da teoria das probabilidades foi integrado neste tema de organização e tratamento de dados de forma desligada. A introdução da teoria das probabilidades como suporte da aleatoriedade da recolha das amostras poderia, por exemplo, ser abordada de uma forma introdutória muito simples no 3º ciclo. Deste modo, poder-se-iam delinear um conjunto de recolhas aleatórias e não-aleatórias. Posteriormente, os alunos passariam, então, ao estudo mais formal, mas ainda assim apenas introdutório, da teoria das probabilidades.

A lista seguinte de bibliografia e de alguns dos recursos disponíveis na internet poderá enriquecer o item *Bibliografia e recursos* na proposta de reajustamento do PMEB:

– Carzola, Irene M e Santana, Eurivalda R. S. (2006). *Tratamento da Informação para o Ensino Fundamental e Médio*. Série Alfabetização Matemática, Estatística e Científica. Bahia. Via Litteraum Editora.

Livro com propostas didáticas que podem ser usadas e/ou adaptadas para o Ensino Básico.

– Paulos, John A. (1988). *Innumerismo: o analfabetismo matemático e as suas consequências*. Mem Martins: Europa-America.

– Watson, Jane M. (2006). *Statistical Literacy at School Growth and Goals*. Lawrence Erlbaum Associates.

Livro sobre ensino da estatística nos primeiros anos, em particular no 1º ciclo.

– Scheaffer, R. L., Gnanadesikan, M., Watkins, A., Witmer, J. e Erickson, Tim (2004). *Activity-Based Statistics*, New York: Springer-Verlag.

Disponíveis nas formas de livro de actividades para o aluno e livro de recursos para o professor.

– Alguns recursos com interesse na internet:

<http://www.causeweb.org/resources/>

<http://standards.nctm.org/document/eexamples/>

<http://enlvm.usu.edu/ma/nav/school.jsp?sid=nlvm>

<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php>

<http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/islp/>

História da Matemática

Sendo um tema de reconhecida importância, não se percebe a razão da quase total ausência de referências concretas em todos os ciclos. Era importante conhecer os argumentos que levaram a essa opção, pois parece que a coluna das “Notas” poderia facilmente integrar chamadas de atenção para o aproveitamento pedagógico dos temas históricos, uma das formas possíveis de tornar a matemática significativa para os nossos

alunos. Apenas a título de exemplos ilustrativos, propõe-se, para o 1º ciclo que sejam dadas sugestões para estudar outros sistemas de numeração significativos para as crianças, que se recorram a algoritmos com valor histórico para as quatro operações aritméticas e que se experimente o uso de unidades de medida diversas das do Sistema Internacional. Para o 2º ciclo, o cálculo do perímetro da Terra, por Eratóstenes, que integra o trabalho com ângulos, a noção de paralelismo, proporcionalidade, e cálculo; para o 3º ciclo, o episódio em que Sócrates explica ao escravo de Ménon a relação entre o lado do quadrado e a sua diagonal, através da comparação das áreas de dois quadrados; ou o método utilizado por Arquimedes para calcular valores aproximados de π , por enquadramento de uma circunferência em duas sucessões de polígonos. Todos estes exemplos podem ser utilizados pelos professores para trabalhar os tópicos matemáticos constantes do programa, sem que isso represente um dispêndio de tempo maior do que se fossem escolhidas outras tarefas para o mesmo objectivo, mas ganhando, sem dúvida, na qualidade das aprendizagens e perseguindo os objectivos de natureza cultural do ensino da Matemática.

Conexões dentro e fora da matemática

Embora apareçam várias chamadas de atenção no documento sobre a importância de estabelecer conexões para a compreensão da Matemática, da sua natureza e da sua relação com os outros saberes e com a realidade, os capítulos dedicados especificamente aos temas nos vários ciclos tratam os assuntos de modo algo estanque, sendo raras as sugestões de estabelecimento de ligações com temas matemáticos fora desse bloco temático. Esse facto pode fazer cair no esquecimento as intenções formuladas ao longo do texto, por isso sugere-se que se acrescentem algumas “Notas” com indicações de conexões que se podem ou devem estabelecer na abordagem dos vários tópicos.

Terminologia e Simbologia

As insistentes referências a terminologia e simbologia, à primeira vista, podem conduzir a situações de ensino desadequadas. Na página 4 refere-se que os alunos devem ser capazes de *ter presente e usar adequadamente as convenções matemáticas, incluindo a terminologia e as notações*. Mas que terminologia e simbologia se pretende em cada ciclo?

1. No primeiro ciclo fala-se nos símbolos $>$, $<$ e $=$.
2. No 2º ciclo afirma-se: *a actividade de simbolizar ganha uma expressão significativa neste ciclo* (pag 45); e que *os alunos devem ser incentivados a utilizar a terminologia e simbologia de forma adequada*.
3. No 3º ciclo diz-se que os alunos devem elaborar pequenos textos ou relatórios usando de forma adequada *notação, simbologia e vocabulários específicos da Matemática*.

4. No tema transversal Comunicação há diversas referências à notação e simbologia usadas de forma progressiva e consistente.

Apesar de todas estas referências não é claro a que notações e a que simbologia se refere o programa em cada ciclo. Poderemos com facilidade cair em situações em que a preocupação principal é com o formalismo e simbolismo inadequados ao nível de ensino e cujos efeitos são exactamente o contrário do que se pretende. Por vezes é mais útil, sem deixar de ser rigoroso, usar linguagem não formal e não simbólica, do que centrar o essencial sobre um formalismo / simbologia que se passam a usar sem qualquer significado, de forma mecânica e errada ou que dificultam de tal modo a linguagem que afastam os alunos da Matemática.

Por outro lado é sabido que, pelo menos na Geometria, não existe uniformidade nas notações dos textos escritos, quer sejam textos matemáticos ou didácticos. É importante então definir a que símbolos se refere o programa. O grupo de trabalho de Geometria da APM, debruçou-se em tempos sobre o assunto e Eduardo Veloso redigiu uma proposta no artigo *As notações em Geometria* publicado no número 42 da revista Educação e Matemática. Essa discussão deveria ser agora retomada com vista a uma uniformidade desejável, para tornar mais eficaz e simples a comunicação, quer seja em textos de apoio à implementação do programa, em manuais escolares ou em exames.

No que diz respeito a terminologia, sugerimos ainda a substituição dos seguintes termos, por outros:

- Na página 25, por exemplo, em vez de *Figuras planas e Sólidos geométricos* sugerimos *Figuras do plano e do espaço*. A primeira formulação induz significados que consideramos incorrectos para o termo *figura* e induz também a ideia errada de que em geometria o termo *figura geométrica* não significa o mesmo que *figura*.
- Na página 36 e sempre que aparecer *Operações com fracções* propomos que se utilize *Operações com números racionais*.

Referência a manuais escolares

No capítulo sobre as orientações metodológicas gerais, no final do penúltimo parágrafo da página 10, a menção aos manuais escolares como “um recurso de aprendizagem importante, que serve de referência permanente para o aluno” parece-nos desadequada. Embora nas práticas dos professores o manual tenha um papel preponderante, há experiências consistentes de professores a que não se aplica a afirmação referida. Este ponto é bastante sensível para o 1º Ciclo onde são conhecidos casos bem sucedidos de não adopção de manual. Aliás, estas práticas são mais coerentes com a forma como os manuais

escolares aparecem referidos novamente no último parágrafo do capítulo sobre gestão curricular, página 12.

Quando se refere que o manual escolar “não só deve conter uma grande diversidade de tarefas propostas, como deve também possibilitar diversas formas de trabalho – na aula e fora dela – e permitir a realização de diferentes sequências de aprendizagem”, parece-nos que está subjacente a ideia de um manual que é mais para o professor do que para o aluno. Assim, em nosso entender, a referência a manuais escolares deverá ser muito mais incisiva apostando mais no que se deseja em termos futuros do que no que tem acontecido no passado. O manual escolar com as características que tem actualmente não deveria sequer existir no 1º ciclo do Ensino Básico. O parágrafo da página 12, referente a este aspecto deveria apontar claramente para a mudança da adopção de manual único, para a exigência da selecção de recursos diversos, alguns deles pertença da escola e não do aluno. Embora este aspecto seja muito particularmente sensível nos primeiros anos, consideramos que ele é comum aos três ciclos.

Tecnologia

A tecnologia que hoje está à nossa disposição, para o ensino e aprendizagem da matemática, é demasiado rica e acessível para não ser equacionada a sua utilização. De facto, é na qualidade dessa utilização que deve incidir a nossa atenção e cuidado. Somos adeptos do uso criterioso das tecnologias, no sentido dos alunos poderem realizar actividades significativas e enriquecedoras que não seriam exequíveis se a sua utilização não fosse considerada. Dois exemplos: se o objectivo principal for a comparação da média aritmética em várias populações numerosas, que sentido existe em fazer centenas de cálculos para se determinar essa medida para cada uma das populações sem recorrer à calculadora? Se pretendemos que sejam verificadas propriedades geométricas em triângulos, a partir da sua construção, não será de aproveitar um programa de geometria dinâmica que vai permitir a análise de um número muito superior de casos, se compararmos com o que conseguiriam se estivessem reduzidos ao papel e lápis?

Esta proposta tem o cuidado de apontar várias instâncias em que a tecnologia pode e deve ser utilizada, caracterizando as situações em que tal utilização é considerada correcta e que revelam as linhas e preocupações aqui enunciadas. Poder-se-ia considerar a escrita de um ponto em que pudessem ser resumidas as intenções que a equipa redactora tem no que respeita a utilização da tecnologia, à semelhança do que fez para a avaliação.

ASPECTOS ESPECÍFICOS DO 1º CICLO

Numa apreciação global do reajustamento do PMEB, no que respeita ao 1º Ciclo, considera-se que este documento apresenta vantagens significativas em relação ao documento anterior que consta do Programa Curricular e Programas, 1990.

Apresenta de uma forma muito mais concisa e esclarecedora os objectivos das aprendizagens a realizar, muitos objectivos específicos estão melhor formulados e as notas contribuem para uma melhor compreensão do que se pretende. No entanto, não deixa de apresentar alguns aspectos que podem ser melhorados, a que nos referiremos.

Referência a algoritmos

Há aqui duas questões a considerar. Por um lado a forma pouco clara como aparece a expressão “algoritmos”, por outro a forma como a aprendizagem dos algoritmos foi integrada e distribuída no programa. É absolutamente imprescindível que se clarifique o que se entende por algoritmo usual para cada uma das quatro operações aritméticas.

Por exemplo, no final do antepenúltimo parágrafo da página 15 é pouco esclarecedor se se trata de diferentes algoritmos ou dos algoritmos dominantes na nossa sociedade. A mesma expressão nos objectivos específicos dos números e operações, nos 3º e 4º anos, aparece mais esclarecida nas notas. Mas parece-nos que merecia um maior esclarecimento, porque este é um ponto muito sensível entre os diferentes intervenientes na educação.

Quanto à segunda questão congratulamo-nos pelo progresso demonstrado neste documento, com a retirada dos algoritmos dominantes dos dois primeiros anos, valorizando o desenvolvimento de estratégias pessoais de cálculo e uma melhor compreensão do sentido das operações. No entanto, não podemos deixar de reparar que todo o processo de construção dos algoritmos das quatro operações passou para os 3º e 4º anos, o que nos parece excessivo, e impossível de realizar em dois anos. A manter-se assim, muito do trabalho desenvolvido nos 1º e 2º anos no sentido de desenvolver nos alunos a compreensão do sentido das operações poderá ser irremediavelmente perdido pela necessidade de, em dois anos, conseguir chegar ao domínio completo de todos os algoritmos dominantes, incluindo os da multiplicação e divisão com números racionais de representação decimal. Muita da investigação recente sobre o desenvolvimento de sentido do número e das operações recomenda a sistematização dos algoritmos, enquanto procedimento rotineiro e pouco compreensível, para níveis etários mais avançados. Não seria de aproveitar este reajustamento do programa para distribuir de uma forma mais racional a aquisição de competências algorítmicas, em relação às quatro operações elementares, pelos dois primeiros ciclos?

Se se mantiver a opção actual, é absolutamente necessário que, no tema Números e Operações do 2º ciclo, na articulação com o 1º ciclo, se aponte a perspectiva intuitiva e construtiva com que os algoritmos das quatro operações terão sido trabalhados e o peso que tem a destreza de cálculo por processos pessoais. Em nosso entender deve mesmo ser escrito: — “Embora a aprendizagem de um algoritmo para a multiplicação e para a divisão esteja prevista no 1º ciclo, é expectável que haja alunos que não dominem essa utilização. Assim, o professor do 2º ciclo deverá continuar esse trabalho de construção compreensiva dos algoritmos e deverá continuar a valorizar “que os alunos sejam capazes de escolher o processo de cálculo numérico (mental ou escrito) mais adequado a cada situação”, conforme está previsto no 1º ciclo.”

Referência a números decimais

A referência a números decimais aparece repetidas várias vezes no documento. Sabendo que essa é uma expressão mais ligada à didáctica da matemática, uma vez que no domínio da matemática essa expressão não tem lugar, e porque neste documento se usa também frequentemente a expressão números racionais, consideramos que aquela deveria desaparecer, sendo substituída por representação decimal (de números racionais). Parece-nos pertinente usar uma linguagem rigorosa do ponto de vista da matemática. Assim sendo consideraríamos dentro dos números racionais a representação decimal, correspondente ao nosso sistema de numeração, que é um sistema decimal. Parece-nos bem tomar uma atitude formativa corrigindo o uso muito comum de uma expressão inexacta.

Referência à memorização de factos básicos essenciais

Assumindo como assume, este documento, uma forma tão esclarecedora em relação a muitos aspectos, parece-nos pertinente dar exemplos do que são factos básicos essenciais, pois é uma expressão que permite uma multiplicidade de interpretações (final do último parágrafo da página 14).

Referência ao traçado de itinerários em grelhas quadriculadas

Nas notas do tópico orientação espacial dos 1º e 2º anos e nos objectivos específicos do mesmo tópico, mas nos 3º e 4º anos, aparecem duas situações que não são claras. No primeiro caso diz “Traçar percursos entre dois pontos numa grelha desenhada no chão e em papel quadriculado; desenhar o percurso mais curto entre dois pontos, etc.” Esta era uma actividade do programa anterior da qual não se percebia o objectivo. Neste documento foi colocada como nota e continua a não se perceber o objectivo. Será que se pretende que os alunos possam verificar que entre dois pontos, numa grelha quadriculada, não existe um

único caminho mais curto, como acontece no plano euclidiano? Se a intenção é esta devia estar mais explícita. Assim como, em relação ao segundo caso, não se percebe o objectivo de determinar os pontos equidistantes de um determinado ponto, numa grelha quadriculada. Será para verificar que o conjunto de todos esses pontos forma um quadrado, enquanto que no plano “liso” (euclidiano) forma uma circunferência? Provavelmente pretende-se algo mais simples, mas não se percebe o quê e para quê. E qual seria o interesse, neste ciclo de ensino, de perceber que “uma circunferência nem sempre o é”?

Organização e tratamento de dados

Na etapa 1º e 2º anos, no quadro das páginas 29 e 30, não é claro se as designações utilizadas são só para os professores ou se se pretende que os alunos utilizem linguagem formal, por exemplo, que utilizem os termos *diagrama de Venn*, *diagrama de Carrol* e *pictograma*. *Contagem* poderia ser uma alternativa a *frequência absoluta*.

Ainda na mesma etapa, é importante colocar a tónica **em todo o ciclo** da organização e tratamento de dados, pois mesmo de uma forma muito simples, se nestes dois primeiros anos é pedido aos alunos que sejam capazes de colocar questões, talvez seja de estimular o esboço das respostas, portanto, começar a encarar o estudo como um todo e não como por partes, ou seja, efectuar o planeamento, a recolha de dados, a análise dos dados recolhidos e, por fim, esboçar algumas conclusões, bem como o seu âmbito.

Sugere-se que *tally-chart* seja traduzido para *esquema de contagem* ou *método de contagem*.

Na etapa 3º e 4º anos não se percebe, mesmo implementando uma filosofia de ciclo, que as medidas de tendência central não possam ser todas abordadas ao mesmo tempo – moda, mediana e média –, dando nos ciclos seguintes maior ênfase à sua análise comparativa, tal como é preconizado para os níveis 3-5 do NTCM (*Data Analysis and Probability Standards*).

Na exploração das situações aleatórias poderá ser dada mais importância às situações que os alunos vivem no dia a dia e não tanta às situações de jogos.

ASPECTOS ESPECÍFICOS DO 2º CICLO

No bloco temático *Álgebra* não se percebe o tópico *Variação*. Se é verdade que a problemática da variação é muito importante em matemática, não é menos verdade que é um título excepcionalmente abrangente. As derivadas de funções, as leis de crescimento, ou a monotonia são temas que estão entre os tópicos que se podem pensar incluir debaixo de um título como este. Os objectivos específicos e as notas referentes a este assunto não

chegam para esclarecer o que se pretende, sendo necessário uma explicação adicional mais pormenorizada.

Mais geralmente, o facto de não existir o bloco correspondente no ciclo anterior deve ser considerado na parte de articulação com o 1º ciclo. De facto, existem várias situações além do estudo de regularidade e padrões numéricos e geométricos que iniciam o estudo da álgebra, como por exemplo a utilização de fórmulas ou a representação de incógnitas. Seria importante que se pudesse completar a lista de situações ocorridas no ciclo anterior, para os professores do 2º ciclo.

A consideração do mínimo múltiplo comum (mmc) de dois números, no tópico *Números naturais* aponta para a necessidade de se explicar a importância do zero, um número não natural mas considerado múltiplo de qualquer número, e que provoca a definição de mmc como o menor múltiplo comum não nulo.

Os critérios de divisibilidade encontram-se listados nas colunas de Tópicos e Objectivos específicos, sem particularização nenhuma. Na coluna das Notas especifica-se para 3, 4, 6, 9 e 11. É de estranhar que os mais evidentes e acessíveis (2, 5 e 10) estejam omissos da listagem específica, mesmo que a nível de exemplo.

A média aritmética é a medida de tendência central que se introduz no 2º ciclo, sendo que a moda foi tratada no 1º ciclo e a mediana será no 3º ciclo. Se o que parece ser importante é a compreensão da importância e da comodidade da utilização das medidas de tendência central, e sabendo que não será difícil que alunos deste nível etário se possam apropriar dos diversos conceitos se forem utilizados exemplos adequados, por que não introduzir mais cedo o estudo da mediana, possibilitando a comparação entre a utilização de medidas diferentes em níveis etários mais baixos e possibilitando um tratamento mais consequente da tendência central de amostras?

Na *Organização e tratamento de dados* é feita referência ao trabalho com o aleatório, tanto na articulação com o 1º ciclo como nas indicações metodológicas. No entanto, nem a coluna Tópicos, nem a relativa a objectivos específicos referem o aleatório e apenas nas notas se fala na análise da plausibilidade de conjecturas, utilizando termos normalmente associados a fenómenos aleatórios. Tal opção não clarifica a profundidade de tratamento da incerteza e do aleatório neste ciclo.

ASPECTOS ESPECÍFICOS DO 3º CICLO

Números e Operações

Frases como “os alunos com melhor desempenho matemático podem ter contacto com uma demonstração da irracionalidade de $\sqrt{2}$ ” ou “os alunos com melhor desempenho

matemático podem demonstrar esta regra” (pg. 52), devem, em nossa opinião, ser melhor explicadas. Na redacção actual, podem parecer referir-se sobretudo ou unicamente a manipulações algébricas acessíveis a poucos, perdendo-se uma oportunidade de sugerir uma demonstração curta e relativamente simples, a fazer com todos os alunos e com a vantagem de evidenciar a matemática, junto de cada aluno, também como uma ferramenta abstracta poderosa.

Propõe-se “calcular a raiz quadrada e a raiz cúbica de quadrados e cubos perfeitos” como objectivo específico e a referência nas Notas é a de que esse cálculo deve ser feito em *casos simples* ou com *uso da calculadora em outros casos*. Isso faz supor que o que se pretende não é o cálculo (por não haver qualquer referência ao uso do algoritmo) mas sim o raciocínio generalizado de “raiz de quatro tem de ser dois, porque eu sei que dois ao quadrado é quatro”. Essa explicitação e a ênfase na operação inversa também deviam ser feitas no texto anterior ao quadro de tópicos a leccionar.

Não vemos qualquer razão para que as dízimas infinitas periódicas a trabalhar neste ciclo tenham de ter apenas três algarismos no seu período. Uma das actividades que nos parecem interessantes explorar com calculadora, é precisamente pensar em como descobrir se os números se continuam a repetir mas a calculadora procedeu a um arredondamento ou se, pelo contrário, não se trata de uma dízima periódica. Outra discussão a fazer prende-se com a das limitações da tecnologia.

Este tema, no 3º ciclo, parece limitar-se bastante ao cálculo e menos ao sentido das operações. A representação de irracionais na recta real merece, no nosso entender, uma referência específica no texto anterior ao quadro, evidenciando a construção desses números e não a sua representação por aproximação a outros, por exemplo. Também o uso dos termos *recta numérica* e *recta real* nos parecem pouco claros.

As conexões do uso de “e” e “ou” em vários tópicos matemáticos estudados neste ciclo deviam, também, ser referidas em várias ocasiões.

Geometria

O texto inicial, de articulação com o 2º ciclo, não nos parece muito correcto, na medida em que refere que os alunos já trabalharam a translação no 1º ciclo. Além disso, não referem, a não ser nas indicações metodológicas, o trabalho realizado no 2º ciclo. Parece-nos discutível a utilização dos adjectivos *geométricos*, associado aos sólidos, e *elementares* ou *básicas*, associado às figuras planas (pg. 54). Como já referimos anteriormente, não somos favoráveis à abordagem das isometrias em separado nem da não inclusão da reflexão deslizante como transformação a estudar. Julgamos que os autores da proposta se referem sempre a isometrias quando escrevem transformações geométricas e, se assim for, seria de

esclarecer isso mesmo porque, no 3º ciclo, estuda-se a semelhança que, aqui, não é vista como transformação.

Nos ciclos anteriores é referido que o quadrado é um rectângulo e, neste, que é um losango (pg. 55) sem que se aborde o papel da definição em matemática e das suas consequências, uma delas esta mesmo: uma dada figura poder ser classificada de forma diferente, consoante aquilo que se convencionou à partida.

Dado que os alunos já conhecem a fórmula da área do rectângulo e se dá ênfase ao paralelogramo, gostaríamos de ver proposta a dedução das fórmulas da área dos quadriláteros a estudar, a partir dessa(s), como se refere relativamente ao trapézio.

Um assunto recorrente é o de se limitar o estudo das figuras do plano e do espaço a uns quantos casos (pode ler-se, na pg. 55, *restringir o estudo dos prismas e pirâmides aos casos em que as bases são triangulares e quadrangulares*). Ainda que a ideia não seja a de pôr os alunos a decorar as fórmulas das áreas e volumes de qualquer sólido, compreender uma fórmula não é também deduzir que, para um sólido diferente do que está a analisar-se, a fórmula pode ser mesma e tentar justificar porquê?

Também nos parece fazer sentido mencionar como estudar as *secções planas de sólidos* e não referir apenas que se deve *identificar secções planas*. Mais importante que identificar as várias secções é, no nosso entender, a compreensão, por exemplo, de qual o número máximo de lados que uma tal secção pode ter.

O critério de semelhança de triângulos geralmente conhecido como AA é AAA na pg. 56 e parece-nos redundante o uso do terceiro A.

Neste tema, seria de esclarecer se a designação *papéis de parede* se refere aos *padrões* e a de *padrões* diz respeito aos *frisos*.

A translação, vista como se propõe neste reajustamento, nada altera ou melhora o programa em vigor, dado que a abordagem continua a ser apenas vectorial e nunca associada ao movimento de deslizar.

Neste tema faria sentido explicitar o significado de *demonstrar o teorema de Pitágoras* bem como sugerir mais do que uma demonstração geométrica do mesmo.

Nas razões trigonométricas, e antes de se abordar como são calculadas, seria propor a dedução da fórmula (pelo menos para uma delas).

Álgebra

Consideramos de difícil entendimento o objectivo específico *Compreender os diferentes papéis dos símbolos em álgebra*.

O tópico “Sequências e padrões” aparece separado do tópico equações, o que pode dar origem a que este tema seja trabalhado isoladamente e sem contexto algum. Sugerimos que

este tópico apareça junto ao tópico equações antes do sub-tópico *Expressões algébricas* de modo a permitir estabelecer conexões matemáticas, por exemplo, entre o termo geral de uma sequência numérica e as expressões algébricas. Outra alternativa é aparecer como tópico antes das *Equações*, para sugerir a possibilidade de lhe servir de introdução. Gostaríamos, igualmente, que as sequências fossem entendidas como funções, como referimos noutra secção deste documento.

No estudo das funções quadráticas proposto, não se entende a opção de dar apenas valores inteiros ao parâmetro a , em $y = ax^2$.

Organização e tratamento de dados

Embora seja de saudar a introdução do estudo da dispersão de dados neste ciclo, parece-nos que ele pretende um alcance maior que o desejável se atendermos não só, mas também, à extensão do programa. Assim, entendemos que esse estudo devia ser provocado pela exploração de situações em que as medidas de tendência central são, por exemplo, iguais e, por isso, insuficientes para uma análise mais completa e crítica da amostra, tornando-se adequado o cálculo de outras medidas estatísticas. Essa constatação poderia levar ao cálculo de desvios (em relação à média), sem que isso implicasse o estudo ou serem *fornecidos aos alunos novos instrumentos estatísticos* como o desvio-padrão (pg. 58).

Numa das notas pode ler-se *Usar tecnologia para determinar o valor do desvio-padrão*. É a única referência que nos faz pensar que o objectivo não é determinar o seu valor através da fórmula, mas sim usar essa medida de dispersão no estudo da distribuição de dados. A ser essa a intenção, consideramos que merece ser explicitada no texto que antecede o quadro de tópicos e objectivos específicos. Contudo, e mesmo com esta formulação, deve atender-se ao facto da calculadora gráfica não ser usada no ensino básico e nem sempre haver a possibilidade de trabalhar o tema com recurso a computadores ou calculadoras, pertença da escola. Assim, se se pretende que todos os alunos determinem, com recurso a tecnologia, o valor do desvio-padrão, as condições no terreno não podem ser ignoradas.

O diagrama de dispersão, enquanto potenciador da primeira abordagem dos dados bivariados, mesmo que de uma forma muito introdutória, é apenas mencionado na página 59 em meia linha nos conceitos específicos e numa nota breve. Nas amostras em que os alunos recolhem os dados, podem criar-se situações para o estudo de dados bivariados que podem ser analisados em paralelo com os dados univariados neste tópico de organização e tratamento de dados. Desta forma, os alunos ficarão habilitados a distinguir outro tipo de variáveis estatísticas, mesmo que de modo simples e introdutório.

No segundo objectivo específico a redacção ficaria mais clara se em vez de *Identificar e determinar os resultados possíveis quando se realiza determinada experiência aleatória* mudasse para *Identificar e determinar todos os resultados possíveis quando se realiza determinada experiência aleatória*, pois como ainda não é formalizada a noção de espaço de resultados, esta segunda redacção contempla-o de forma simples.

Além disso, o texto do objectivo específico *Identificar acontecimentos mutuamente exclusivos e compreender que a soma das suas probabilidades é um* está incorrecto. Provavelmente pretendia referir-se apenas à partição do espaço de resultados acontecimento A e o seu contrário e respectivas probabilidades, mas não é isso que está lá escrito. Por exemplo, se numa população há crianças que "têm olhos azuis" (acontecimento não impossível), "têm olhos pretos" (acontecimento não impossível), "têm olhos verdes" (acontecimento não impossível) e "têm os olhos de outras cores" (acontecimento não impossível): Os acontecimentos "ter olhos azuis" e "ter olhos verdes" são acontecimentos mutuamente exclusivos, mas a soma das suas probabilidades pode diferir de um. Nos acontecimentos mutuamente exclusivos, *a menos que estes constituam uma partição do espaço de resultados*, o que interessa realçar é que os dois acontecimentos não têm elementos em comum, não o aspecto do cálculo das probabilidades. Sugerimos a revisão do texto deste objectivo específico para que, de futuro, não surjam, quaisquer confusões.

Na segunda nota, sugerimos que se mude a redacção de *a probabilidade é uma medida do grau de convicção da realização de um acontecimento* porque *grau de convicção* em teoria das probabilidades é um conceito ambíguo e enganador. Por exemplo, pode levar os alunos a "convencerem-se" enquanto cidadãos activos e intervenientes que "certamente" um dia vão ganhar o totoloto!

Raciocínio

O tema transversal Raciocínio, sendo muito importante, pela forma como está redigido e principalmente pelo que está escrito nas colunas e nas notas deixa muitas dúvidas de interpretação sobre o que se exige.

O que significa que "*no fim do 3º ciclo os alunos devem ser capazes de distinguir entre raciocínio indutivo e dedutivo e reconhecer diferentes métodos de demonstração*"?

Se analisarmos a página 87, verificamos que os objectivos específicos para o 3º ciclo são:

- Formular, testar e demonstrar conjecturas.
- Distinguir entre uma demonstração e um teste de uma conjectura;
- Identificar e usar raciocínio indutivo e dedutivo
- Distinguir uma argumentação informal de uma demonstração;
- Seleccionar e usar vários tipos de raciocínio e métodos de demonstração

Embora talvez não seja intenção dos autores, a verdade é que a forma como está escrita pode levar a pensar que se trata de um objectivo quase inatingível para a maioria dos alunos e pode conduzir a um tratamento que em vez de lhes permitir perceber a importância do raciocínio e da demonstração em Matemática os afaste cada vez mais da disciplina.

O que parece mais importante até ao fim do 3º ciclo é que, de forma progressiva, ao longo dos ciclos, os alunos tenham oportunidade de experimentar e discutir situações que lhes permitam ir percebendo a importância do raciocínio e da prova como aspectos essenciais em Matemática e que sejam capazes de produzir e discutir os argumentos para provar ou refutar. Os raciocínios indutivo e dedutivo devem aparecer no contexto das experiências de aprendizagem de forma que os alunos vão compreendendo as diferenças. No entanto, até ao terceiro ciclo o essencial não deve estar nas designações (indutivo, dedutivo, conjectura, teorema, argumentação informal, demonstração) mas na progressiva compreensão dos processos.

Logo os objectivos identificar, distinguir,...parecem desajustados até ao 3º ciclo. Também o tópico indução e dedução não faz muito sentido uma vez que da forma que os encaramos já estão no primeiro tópico “Formulação, teste e demonstração de conjecturas”.

As notas não ajudam muito a perceber o contexto (por exemplo não se percebe bem o que significa, nestas idades, *pedir a justificação de induções e deduções* ou *discutir o significado de axioma, teorema e demonstração* a partir da obra de Euclides. Talvez fosse bastante útil, pelo menos neste tema transversal, apresentar um texto com exemplos concretos de possível tratamento em sala de aula destes aspectos do raciocínio em cada um dos ciclos.