

A ARTE DE MEDIR O TEMPO E A MATEMÁTICA: DO GNOMON AO RELÓGIO ATÔMICO

Yuriko Yamamoto Baldin e José Antonio Salvador
Departamento de Matemática
Universidade Federal de São Carlos
Via Washington Luiz, km 235
13565-905, São Carlos, SP
yuriko@dm.ufscar.br e salvador@dm.ufscar.br

Introdução

A integração Universidade - Escola do Projeto Pró-Ciências (FAPESP-CAPES/SEE/SEMTEC) da Universidade Federal de São Carlos ([B-P]), num trabalho conjunto dos Departamentos de Física e Matemática, vem contribuindo com a educação continuada dos professores de Ensino Fundamental e Médio de São Carlos, SP e região desde 1998. Esta parceria saudável através deste projeto está proporcionando uma reflexão no processo de ensino - aprendizagem em todos os níveis.

Numa das atividades deste projeto, exploramos *os tipos de relógios mais conhecidos* como exemplos de aplicação da Matemática na “Arte de Medir o Tempo”, procurando estabelecer uma *interdisciplinaridade* entre as diversas áreas das Ciências como Matemática, Física, Astronomia e Geografia ([B-S]).

Estas atividades fazem parte das nossas propostas de integração de diversas áreas do conhecimento para exploração dos conteúdos de Matemática no Ensino que estamos colocando em prática na UFSCar.

A Arte de Medir o Tempo

Uma das principais atividades do ser humano desde os primórdios da civilização foi a medição do tempo. A primeira divisão do tempo provavelmente foi o mais natural, o dia e a noite. Para marcar os intervalos de tempo fracionados do dia, o homem começou observando a variação da sombra de uma simples e rústica haste fixada no chão projetada pelos raios solares. Com o aperfeiçoamento deste marcador de tempo natural criou-se os **gnomons**, os relógios de sol.

A história da evolução dos diversos tipos de relógios reflete a cultura e a arte dos diversos povos, assim como a evolução da Ciência a serviço das necessidades do Homem. Em todos os exemplos a Ciência e a Matemática estão presentes: *Clepsidra - Relógio de Água* (onde a água baixava de nível gotejando em um recipiente, marcando as horas que passavam), *Ampulheta - Relógio de Areia* (uma Clepsidra toda fechada, transportável, à prova de vazamento, com a substituição da água pela areia), *Lamparina - Relógio de fogo* (uma Clepsidra em que o abaixamento do nível era devido ao consumo do azeite pela combustão). A Clepsidra foi o medidor de tempo mais empregado na antiguidade e ainda é possível encontrá-la em alguns lugares.

Uma curiosidade interessante é o *Relógio Oriental*, concebido no Japão, baseado no ciclo natural da Natureza, marcando horas de comprimentos variados conforme a estação do ano, sendo as horas diurnas durante o verão mais longas que as de inverno, que por sua vez tinha as suas horas noturnas mais longas que as de verão. A motivação para a sua concepção e a sua fabricação são exemplos da manifestação

cultural do povo japonês, e o seu estudo envolve naturalmente os conceitos matemáticos de proporcionalidade, geometria e trigonometria aplicados à Astronomia. A construção de um relógio oriental é um exemplo do alto grau de sofisticação técnica que os japoneses possuíam e é um dos símbolos da arte oriental.

Continuemos com outro exemplo importante: *Relógio Mecânico de Pesos* (uma evolução da Clepsidra, com um dispositivo regulador do movimento de engrenagens mantendo uma rotação regularmente razoável). Parece que a criação do relógio mecânico se deve a um chinês, monge budista, matemático e astrônomo I-Hsing (682 - 727). Mas o aparecimento do relógio totalmente mecânico ocorreu na Europa só no final do século XIII por volta do ano 1271.

Os relógios mecânicos tiveram muita importância desde o seu surgimento até fins da idade média em torno do ano 1450. Eram considerados como símbolos do equilíbrio, da virtude e da sabedoria. Muitos deles foram construídos com figuras e desenhos alusivos a essas nobres qualidades que os homens deveriam possuir. Um exemplo de relógio mecânico é o da catedral de Estrasburgo na França. Surgiram depois os relógios de mola real por volta de 1515, substituindo o peso que colocava em movimento os relógios. A aplicação do pêndulo aos relógios se deu graças ao astrônomo holandês Huygens por volta de 1657. Os relógios portáteis só puderam ser feitos depois da invenção da mola real. Quase todos eram de bolso e só no começo do século XX é que foram sendo substituídos pelos relógios de pulso que hoje predominam.

Relógio Elétrico: A eletricidade tornou-se mais um elemento importante na relojoaria. Após 1856 vários inventores construíram relógios de diferentes tipos usando dispositivos eletromagnéticos de carga. Todos eles dependiam de uma fonte de energia e se difundiram mais tarde quando surgiram as pilhas secas.

Relógio eletrônico – quartzo. Em 1930, foi construído o primeiro relógio a cristal de quartzo por Morrison nos laboratórios da Bell Telephone de Nova York. Ainda assim, esse tipo de relógio, como todos os outros construídos até o surgimento do transistor em 1948, era constituído de grandes conjuntos de válvulas eletrônicas e praticamente usado apenas nos observatórios e laboratórios de pesquisas. Os transistores chegaram para substituir as válvulas termoiônicas nos circuitos amplificadores e osciladores nos *Relógios a Quartzo*, tornando possível a diminuição significativa de tamanho do relógio e a redução brusca do consumo de corrente elétrica.

Em 1954, inventaram o *Relógio Atômico* funcionando à base de césio, como o do Observatório do Valongo da UFRJ no Rio de Janeiro, e sendo mais preciso que o de quartzo chega a medir intervalos de tempo da ordem de milionésimos de segundo.

Um relógio de Sol

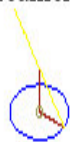
Sabendo que o dia terrestre é o período de rotação da terra correspondente a 24 horas aproximadamente, um dia solar corresponde a aproximadamente 12 horas. O mostrador de tempo num relógio de sol consiste de um ponteiro de horas segundo um raio de referência numa circunferência, uma linha que une o centro do mostrador ao ponto indicando o meio - dia. O ângulo entre a sombra do ponteiro das horas e a linha de referência, quando convertido de graus em horas e minutos indica a hora do dia.

Um relógio de sol, por mais primitivo que seja, deve levar em consideração a orientação na superfície da Terra, e a determinação do meridiano do lugar é essencial,

pois no movimento diurno todos os corpos celestes parecem girar em torno do eixo de rotação N-S da Terra.

O meridiano astronômico é o plano vertical que passa pela linha meridiana indicando a direção dos polos Norte - Sul, N - S. Em astronomia, observamos que os telescópios e as lunetas dos observatórios são instalados nesta direção e podem-se mover com motores girando com a mesma velocidade de rotação da Terra e no sentido contrário, acompanhando os astros sem sair desta linha. No caso da determinação das horas do dia, o meridiano do lugar funciona como um grande ponteiro fixo em torno do qual gira aparentemente toda a esfera celeste com seus astros. Vamos descrever brevemente como se determina a linha meridiana do lugar. Observemos a sombra de um raio solar projetada como na figura abaixo.

Raio de sol e circunferência de sombra



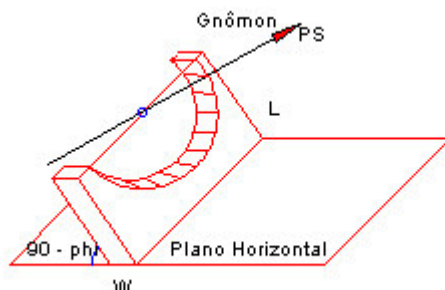
Marcamos a posição de raios de sombra de vários tamanhos num gnômon e traçamos as respectivas circunferências concêntricas. Ligamos os pontos extremos das sombras dos raios solares da manhã e da tarde com o centro C do pé da haste perpendicular ao plano do horizonte, formando a projeção da sombra dos raios solares em várias horas do dia. Agrupamos os pares de raios de uma mesma circunferência e traçamos a bissetriz de cada um dos ângulos formados entre eles. Evidentemente que elas coincidem! É esta bissetriz comum destes ângulos que é a linha meridiana do local do observador, indicando a direção, N- S do lugar. A perpendicular à linha N - S obtida é a direção leste - oeste, L - W, e os pontos cardeais do lugar ficam completamente determinados, para nossa orientação geográfica. Uma boa pergunta é: “como poderíamos nos orientar à noite observando o movimento aparente das constelações, especialmente o do Cruzeiro do Sul em torno de um eixo imaginário e que é bem visível no nosso hemisfério?”.

É interessante integrar os conhecimentos e atividades deste tipo planejadas com os professores de várias áreas. Por exemplo, observar num globo terrestre que a linha N - S local é uma geodésica da Terra, chamada meridiano, explorar o conceito das coordenadas terrestres latitude φ e longitude λ . Também podemos observar que o equador terrestre é perpendicular à linha N - S e o meridiano terrestre local é um círculo máximo da esfera terrestre, etc.

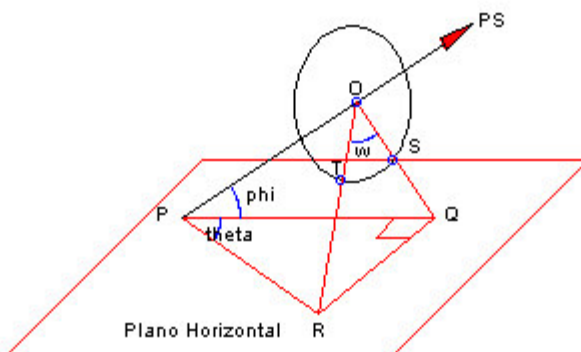
O relógio de sol mais simples de mostrador equatorial pode ser construído em qualquer escola com material rústico.

Coloca-se uma haste perpendicular a uma placa inclinada sobre uma base horizontal na linha leste - oeste (L - W) fixada com um ângulo de $90 - \varphi$, onde φ é a latitude local (= 22 graus em São Carlos). Como o movimento de rotação da terra é praticamente uniforme, graduamos a placa de 6 a 18 horas com intervalos igualmente espaçados de 15 graus. A demarcação das 12 horas deve estar bem no plano meridiano local e as demais ao longo de uma circunferência equatorial perpendicular

ao gnômon. Se a base horizontal for opaca, o relógio solar de mostrador equatorial só serve enquanto o sol estiver no hemisfério do observador. Podemos também utilizar um semi - cilindro graduado fixando a haste no seu eixo apontando para o polo e bem no seu centro. Geometricamente, uma vez determinada a linha meridiana local e a latitude do local podemos construir o relógio de sol de acordo com a figura abaixo.



Um outro tipo simples de relógio solar é o de mostrador horizontal. Neste caso a haste faz um ângulo φ com o plano do horizonte do observador, paralelo ao eixo de rotação da terra, e para isso necessitamos relacionar o ângulo horário do sol numa circunferência equatorial como o da figura acima com o de sua projeção θ no plano do horizonte, vista abaixo.



Na figura acima, as relações entre os triângulos retângulos POQ, PQR e OQR da pirâmide OPQR, permitem escrever a tangente do ângulo de abertura θ como $\tan(\theta) = \tan(w) \text{sen}(\varphi)$, e assim determinamos o ângulo correspondente no plano do horizonte: $\theta := \arctan(\tan(w) \text{sen}(\varphi))$.

Referências:

[B-P] Baldin, Y.Y. e Paterlini, R.R., O papel da Universidade no processo de melhoria do ensino de 1º e 2º graus, Anais da 6ª Reunião Anual da SBPN, Ilha Solteira, 241-246, 1998.

[B-S] Baldin, Y.Y. e Salvador, J.A., Atividades de Geometria e Trigonometria Aplicadas às Geociências e à Astronomia, Parte 2, UFSCar, 1999.

Apresentado na 7ª Reunião Anual e Anais da SBPN – Julho 99 - UEL - Londrina - PR