

## Proposta de Resolução do Exame de Matemática Aplicada às Ciências Sociais

Cód. 835 - 1ª Fase 2014

### 1.1

Começamos por determinar a distribuição de representantes por aplicação do método de Hondt:

		PARTIDOS				
		A	B	C	D	E
Divisores	1	22010	17124	15144	12333	11451
	2	11005,0	8562,0	7572,0	6166,5	5725,5
	3	7336,7	5708,0	5048,0	4111,0	3817,0
	4	5502,5	4281,0	3786,0	3083,3	2862,8
	5	4402,0	3424,8	3028,8	2466,6	2290,2
	6	3668,3	2854,0	2524,0	2055,5	1908,5
Nº representantes		<b>5</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>2</b>

E de seguida pelo método de Saint-Laguë

		PARTIDOS				
		A	B	C	D	E
Divisores	1	22010	17124	15144	12333	11451
	3	7336,7	5708,0	5048,0	4111,0	3817,0
	5	4402,0	3424,8	3028,8	2466,6	2290,2
	7	3144,3	2446,3	2163,4	1761,9	1635,9
	9	2445,6	1902,7	1682,7	1370,3	1272,3
	11	2000,9	1556,7	1376,7	1121,2	1041,0
Nº representantes		<b>4</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>2</b>

Como se pode constatar a aplicação dos dois métodos produz distribuições de representantes diferentes, nomeadamente no que respeita aos partidos A e D. O partido A perde um representante quando passamos do método de Hondt para o método de Saint-Laguë, enquanto que o partido D ganha um representante

## 1.2

- Aplicando o Método A

\* Comece-se por seleccionar o Castanho e o Amarelo

1ª preferência	Castanho	Amarelo	Castanho
2ª preferência	Amarelo	Castanho	Amarelo
	150 votos	180 votos	100 votos

Contabilizando apenas a primeira linha,

Castanho – 250 votos

Amarelo – 180 votos

Vence o Castanho

\* Como se procura uma cor que vença todas as comparações, o Amarelo já não pode ser e por isso selecciona-se agora o Castanho e o Vermelho.

Refazendo a tabela de preferências

1ª preferência	Castanho	Vermelho	Castanho
2ª preferência	Vermelho	Castanho	Vermelho
	150 votos	180 votos	100 votos

Contabilizando apenas a primeira linha,

Castanho – 250 votos

Vermelho – 180 votos

O castanho vence todas as comparações com as restantes cores e por isso será o vencedor pelo Método A

- Aplicando o Método B

	Pontuação		
Castanho	3	1	3
Amarelo	2	3	1
Vermelho	1	2	2
	150 votos	180 votos	100 votos

Castanho:  $150 \times 3 + 180 \times 1 + 100 \times 3 = 930$  *pontos*

Amarelo:  $150 \times 2 + 180 \times 3 + 100 \times 1 = 940$  *pontos*

Vermelho:  $150 \times 1 + 180 \times 2 + 100 \times 2 = 710$  *pontos*

O vencedor será desta vez o Amarelo

Comparando os resultados obtidos pela aplicação dos dois métodos podemos constatar que o Manuel tem razão, uma vez que, aplicando o método A, o vencedor é o Castanho e aplicando o método B, o vencedor passa a ser o Amarelo.

## 2

Comece-se por aplicar o algoritmo proposto, escolhendo A como ponto de partida. Existem duas vivendas à mesma distância de A e mais próximas. São as vivendas B e D, a 100 metros de A cada uma.

Escolha-se a vivenda B.

Obtém-se a ligação AB – 100 metros

De seguida

BC – 100 metros

CE – 140 metros (CA não poderia ser porque repetir-se-ia a vivenda A)

ED – 110 metros

E voltando a A

DA – 100 metros

Num total de 550 metros ( $100 + 100 + 140 + 110 + 100$ )

Se em vez de começar por escolher a vivenda B, o Francisco começar por escolher a vivenda D passaremos a ter as seguintes ligações:

AD – 100 metros

DE – 110 metros

EB – 110 metros

BC – 100 metros

CA – 110 metros

Totalizando agora 530 metros ( $100 + 110 + 110 + 100 + 110$ )

Ou seja, no caso do Francisco escolher aleatoriamente a vivenda B, ele acabará por percorrer mais 20 metros do que se escolher começar pela vivenda D

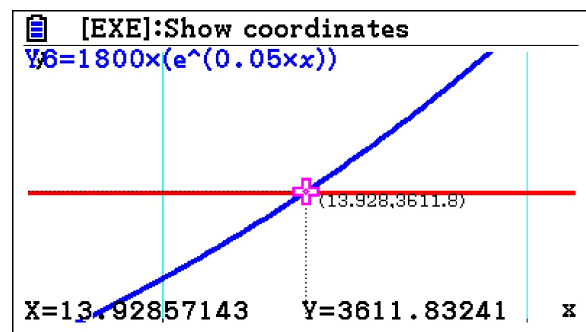
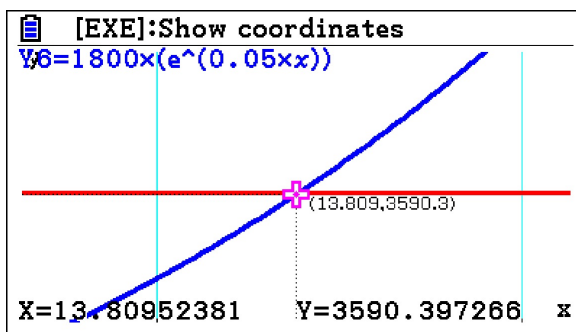
### 3.1. A população de Peso em 1 de junho de 2000 é dada por $P(0) = 1800$

Coloca-se a expressão de  $P(t)$  no editor de funções, como  $Y1=Y1(X)$  e na tabela da função procura-se o valor de  $Y1$  o mais próximo possível de  $2 \times 1800 = 3600$ , o que se verifica para  $X=14$ , como podemos constatar no excerto da tabela apresentada pela calculadora

X	Y1
(...)	(...)
13	3447,973
14	3624,755
15	3810,600
(...)	(...)

Pelo que é possível concluir que o número de habitantes de Peso duplique ao fim de 14 anos.

A questão também se pode resolver graficamente, traçando o gráfico das funções  $P(t)$  e  $Q(t)=3600$  e procurando o valor inteiro de  $X$  imediatamente a seguir ao ponto de interseção. Os dois gráficos seguintes mostram que esse valor é  $X=14$ .



### 3.2.

Procedendo de forma análoga à anterior, coloque-se no editor de funções os modelos de ambas as populações. Por exemplo em  $Y1$ , o modelo relativo a Peso e em  $Y2$ , o modelo relativo a Neiva.

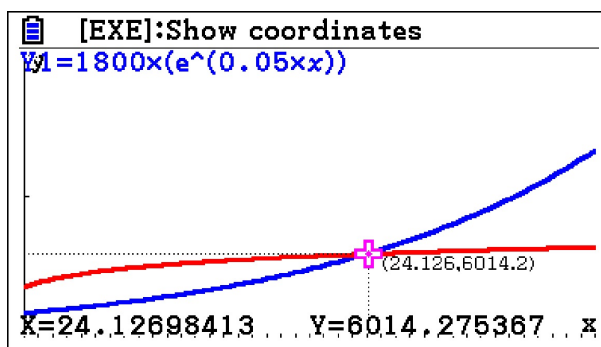
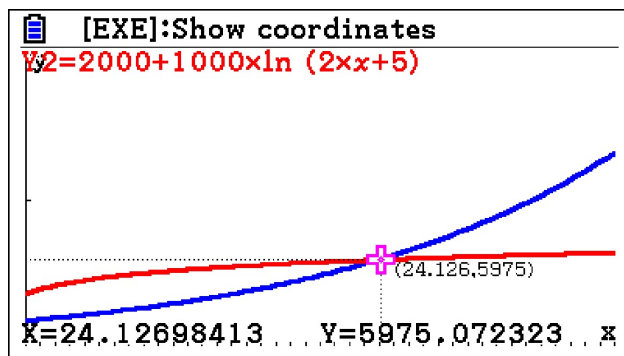
De seguida compara-se na tabela das duas funções, os valores de  $Y1$  e de  $Y2$  de forma a encontrar o valor mínimo de  $X$  para o qual  $Y1 > Y2$ :

X	Y1	Y2
(...)	(...)	(...)
23	5684,75	5931,83
24	5976,21	5970,29
25	6282,62	6007,33
(...)	(...)	(...)

O que se verifica para  $X=24$ .

Isto é, ao fim de 24 anos a população de Peso será superior à população de Neiva.

Esta questão também pode ser resolvida graficamente. Traçando os gráficos das funções  $Y_1$  e  $Y_2$ , vemos que o menor valor inteiro para o qual se tem  $Y_1 > Y_2$  é  $X=24$ :



**3.3.** Para determinar o modelo pedido começa-se por introduzir os valores fornecidos nas listas da calculadora. Por exemplo, em L1 colocam-se os anos após o dia 1 de junho de 2000 e em L2 o número de habitantes de Runa de 2000 a 2006

L1	L2
0	632
1	894
2	1144
3	1407
4	1665
5	1920
5	2183

Realizando uma regressão linear chega-se ao modelo

$$R(t) \approx 258,07t + 632,21$$

O dia 1 de junho de 2012 corresponde a  $t=12$ , assim para estimar o número de habitantes de Runa nessa data, teremos que calcular  $R(12) \approx 3729,07$ , o que corresponde a 3729 habitantes

**4.1.**

Tabela de Frequências Absolutas Simples

Massa de açúcar na saqueta (em gramas)	Frequência Absoluta Simples	Frequência Relativa Simples (%)	Frequência Relativa Acumulada (%)
[5,8; 5,9[	24	40	40

[5,9; 6,0[	12	20	60
[6,0; 6,1[	18	30	90
[6,1; 6,2[	3	5	95
[6,2; 6,3[	3	5	100
TOTAL	60		

**4.2.** Coloquemos em L1 o nº de saquetas de açúcar por caixa e em L2, o número de caixas correspondente

L1	L2
693	1
714	1
735	2
756	3
819	5
840	8

Recorrendo às funcionalidade da calculadora obtém-se uma média de saquetas de açúcar por caixa de 798, 38 saquetas acima da média esperada.

Assim, se retirarmos 38 saquetas a cada caixa, a média baixará 38 unidades e como tal obteremos a média esperada.

**4.3.** O intervalo de 95% de confiança para a proporção de saquetas com 8 ou mais gramas é, neste caso, dado por

$$\left[ \hat{p} - z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}; \hat{p} + z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} \right]$$

Onde

$$\hat{p} = 0,52$$

$$z = 1,960$$

A amplitude deste intervalo é dada por  $2z \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} = 2 \times 1,960 \sqrt{\frac{0,52 \times 0,48}{n}}$

Queremos que

$$2 \times 1,960 \sqrt{\frac{0,52 \times 0,48}{n}} \approx 0,20 \Leftrightarrow 1,960 \sqrt{\frac{0,2496}{n}} \approx 0,10 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{0,2496}{n}} \approx 0,0510$$

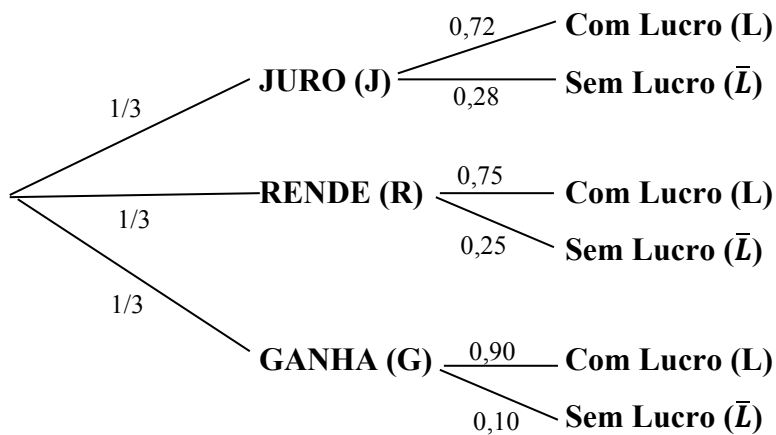
Ou seja,

$$\frac{0,2496}{n} \approx 0,0510^2 \Leftrightarrow n \approx \frac{0,2496}{0,0510^2} \approx 96$$

**5.1.** A probabilidade de uma aplicação financeira feita pela seguradora no banco GANHA não ter lucro é dada por  $1 - 0,90 = 0,10$

Assim, das 3500 aplicações financeiras, espera-se que 10% não tenham lucro, o que corresponde a 350 aplicações

**5.2.**



Pretende-se o valor de  $P(J|L)$  o que é dado por:

$$P(J|L) = \frac{\frac{1}{3} \times 0,72}{\frac{1}{3} \times 0,72 + \frac{1}{3} \times 0,75 + \frac{1}{3} \times 0,90} = \frac{0,24}{0,79} = \frac{24}{79}$$

**5.3.**

$$P(X > \mu) = 0,5$$

Logo

$$P(\mu < X < b) = 0,50 - 0,17 = 0,33$$

Ou seja

$$P(a < X < b) = 0,12 + 0,33 = 0,45$$

