Proposta de Resolução da Prova de Matemática B (código 735)

(21 de Junho de 2010)

GRUPO I

1. Lado do quadrado: 12 dm
   Figura 1: raio do círculo = 6 dm
   Área do círculo = $\pi \times 6^2$ = $36\,\pi$
   Figura 2: raio de cada círculo = 3 dm
   Soma das áreas dos círculos = $4 \times \pi \times 3^2$ = $36\,\pi$

2. O número de círculos é sempre o quadrado do n.º de ordem da figura. O número de círculos do 10º painel é, portanto, 10^2 = 100.

3. 1ª tela: 4×12 dm = 48
   2ª tela: 6×12 dm = 72
   3ª tela: 8×12 dm = 96
   ....
   A quantidade de fio em cada tela, em dm, é uma progressão aritmética de primeiro termo 48 e razão $2 \times 12 = 24$.
   Então, a 10ª tela precisa de $48 + 9 \times 24 = 264$ dm de fio.
   No total, as 10 telas precisam de
   $$S_{10} = \frac{48+264}{2} \times 10 = 1560 \text{ dm de fio.}$$
   O artista terá de aplicar 156 metros de fio.

GRUPO II

1. Volume do cilindro = Área da base × a

   Volume de cada cone = Volume do cilindro/3

   Como foram enchidos dois cones, resta um terço do volume de água

   Volume de água restante no cilindro = $\frac{1}{3}$ do volume do cilindro

   Mas o volume de água restante no cilindro é um cilindro com a mesma base e altura x.

   Então

   $$x = \frac{1}{3}a = \frac{a}{3}$$

2.1. $h(0) = \frac{16}{10} = 1{,}6$

quando $t = 0$, a altura de líquido no reservatório era x. Logo $x = 1{,}6$.

$$\frac{a}{3} = 1{,}6$$

$$a = 1{,}6 \times 3$$

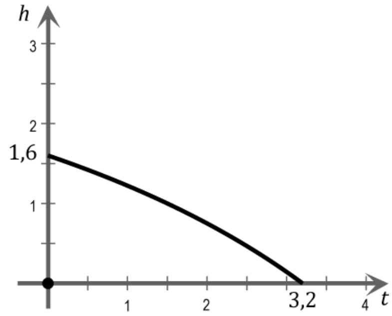
$$a = 4{,}8$$

2.2. $h(t) = 0$

$t = 3{,}2$

$0{,}2 \times 60 = 12$

O reservatório demorou 3 horas e 12 minutos a esvaziar por completo.



2.3. A afirmação é falsa. A função é decrescente em todo o domínio [0; 3,2], logo a taxa de variação média em qualquer intervalo é sempre negativa.

GRUPO III

1.1.

$P(365) - N(365) =$

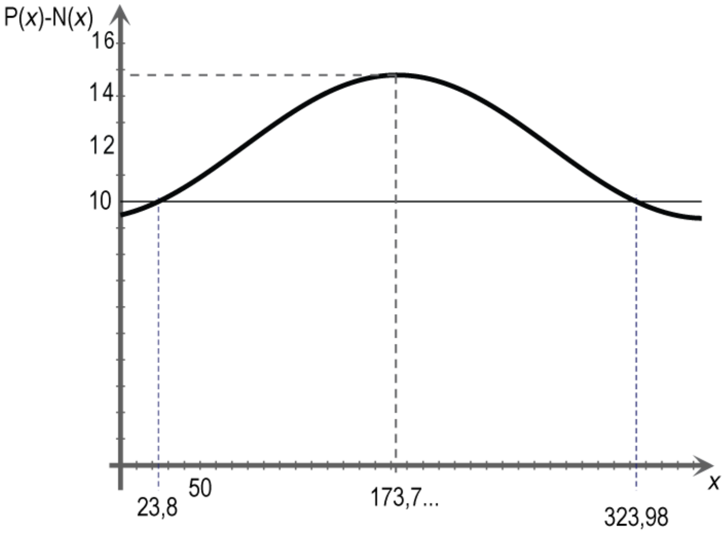
$= 18{,}6745 + 1{,}3875\, sen(0{,}0164 \times 365 - 1{,}1955) - 6{,}5987 - 1{,}3424\, sen(0{,}0161 \times 365 + 1{,}8287)$

$\approx 9{,}365$

$0{,}365 \times 60 \approx 22$

A duração do dia 31 de Dezembro de 2009 foi de cerca de 9 horas e 22 minutos.

1.2.



$$P(x) - N(x) = 10$$
$$x \approx 23{,}8 \; ou \; x \approx 323{,}98$$

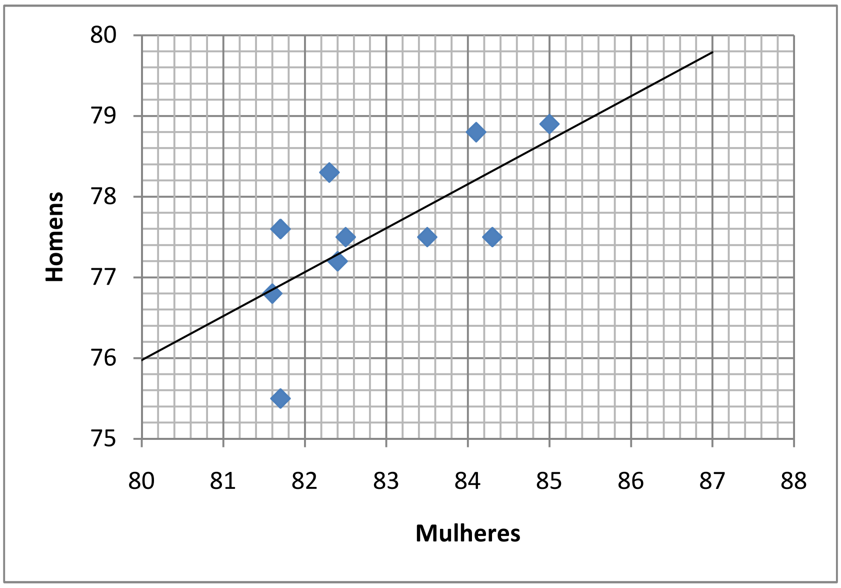
$$323 - 23 = 300$$

A duração da exposição solar foi superior a 10 horas em 300 dias do ano.

1.3.

Da observação do gráfico apresentado na resposta anterior vem que a ordem do dia do ano com maior duração de exposição solar em Lisboa é 174.

2.1.

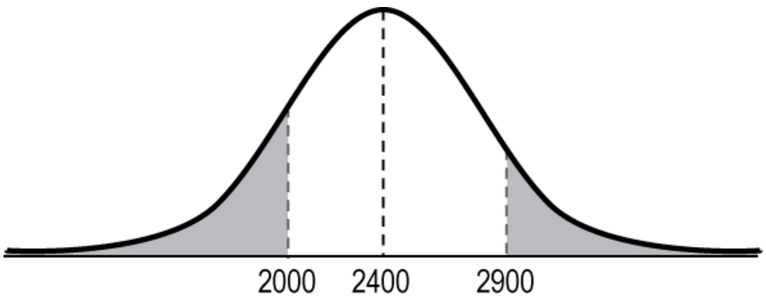


Equação da recta de regressão:

$$y = 0{,}544378x + 32{,}425635$$
$$x = 83{,}0 \qquad y = 0{,}544378 \times 83{,}0 + 32{,}425635 \approx 77{,}6$$

O valor estimado para o valor da esperança média de vida de um homem austríaco é de 77, 6 anos.

2.2.



2400-2000=400
2900-2400=500
Atendendo à forma e à simetria da curva e ao facto de 2000 estar mais próximo de 2400 do que 2900, a área sombreada correspondente a valores menores que 2000 é maior do que a área sombreada correspondente a valores maiores do que 2900.
Assim, é mais provável que o valor do vencimento seja inferior a 2000.

GRUPO IV

Na opção (A) a função $M(x)$ é uma função decrescente porque $1{,}03^{-x} = \frac{1}{1{,}03^x}$ é uma exponencial de base menor que 1. Por isso, esta função não respeita o dado “O número de milhafres tem vindo a aumentar ao longo do tempo...”.
Começando a contagem dos meses no início de 2000, até ao fim de 2009 passaram 120 meses, portanto actualmente estamos no mês 126.

Na opção (B), o número de esquilos é dado por $E(126) \approx 0{,}97$, ou seja cerca de 97 indivíduos, não é consistente com a informação de que "o número de esquilos(...) um número inferior a meia centena de efectivos".
Na opção (C), o número de milhafres é dado por $M(126) \approx 5{,}3$, ou seja 530 indivíduos, o que não é consistente com a informação de que "o número de milhafres (...) na actualidade (...) inferior às cinco centenas de efectivos".

FIM

Esta proposta de resolução também pode ser consultada em http://www.apm.pt