Uma oportunidade de mudança na Matemática do Ensino Básico

João Pedro da Ponte

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa
jpponte@ie.ul.pt

Hélia Sousa

Escola EB 1/JI Portela, Loures
helia.sousa@sapo.pt

Resumo. Apresentamos, numa primeira parte, as ideias fundamentais do novo *Programa de Matemática do Ensino Básico*, dando especial atenção às finalidades e objectivos gerais, bem como às capacidades transversais propostas – resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática. Analisamos, também, o significado e alcance das principais orientações no âmbito dos temas matemáticos do programa, nomeadamente, promover o desenvolvimento do sentido de número, do sentido espacial, do pensamento algébrico e da literacia estatística. Numa segunda parte, analisamos a forma como o programa pode servir de instrumento de efectiva renovação do ensino da Matemática, considerando o trabalho na sala de aula (natureza das tarefas, comunicação), a planificação e a gestão curricular realizada pelos professores e a organização do trabalho nas escolas. Procuramos mostrar que, desde que se reúnam as necessárias condições, este novo programa de Matemática pode contribuir para um importante salto qualitativo no ensino desta disciplina no nosso país.

Um novo programa de Matemática permite legitimar e reforçar muito do trabalho mais inovador que se vem a realizar nas escolas, ao mesmo tempo que traz novos desafios para os professores. Na primeira parte deste artigo apresentamos as ideias principais do programa e, na segunda parte, mostramos como este pode ser usado pelos professores na sua prática profissional.

Um documento de trabalho para o dia-a-dia profissional

O novo *Programa de Matemática do Ensino Básico* (PMEB) (ME, 2007)[1] constitui um documento de trabalho elaborado para ser efectivamente usado pelos pro-

---

[1] A equipa de autores do programa de Matemática do Ensino Básico é constituída por: João Pedro da Ponte, Lurdes Serrazina, Henrique Manuel Guimarães, Ana Breda, 1 1

fessores na sua prática profissional. Este programa apresenta, de forma detalhada, as aprendizagens a realizar, ciclo a ciclo, do 1.º ao 9.º ano de escolaridade. Começamos por referir, muito brevemente, os aspectos fundamentais das quatro partes principais que compõem o programa bem como as suas principais diferenças relativamente aos documentos curriculares anteriores[2].

Finalidades e Objectivos gerais

Uma primeira parte do PMEB (ME, 2007) enuncia as finalidades do ensino da Matemática. No programa anterior do 1.º ciclo (ME, 1990) são indicadas como "grandes finalidades para o ensino da Matemática para o conjunto dos três ciclos do ensino básico, desenvolver a capacidade de raciocínio, desenvolver a capacidade de comunicação, desenvolver a capacidade de resolver problemas" (p. 162). Nos programas dos 2.º e 3.º ciclos (ME, 1991a, 1991b), o enunciado das finalidades baseia-se essencialmente em artigos da Lei de Bases do Sistema Educativo (Lei N.º 46/86 de 14 de Outubro), que apontam grandes finalidades de todo o ensino básico, mas que não são específicas da disciplina de Matemática. Esta formulação não é esclarecedora relativamente às finalidades específicas do ensino da Matemática[3]. Por isso, valorizando a necessidade de uma formulação das finalidades do ensino da Matemática clara, coerente e susceptível de orientar efectivamente a prática, o novo programa dá uma atenção especial à sua redacção, registada nos seguintes termos:

- Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados.
- Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência.

---

[1] Fátima Guimarães, Hélia Sousa, Luís Menezes, Maria Eugénia Graça Martins e Paulo Alexandre Oliveira.

[2] O Programa inclui ainda Quadros temáticos, Bibliografia e recursos, com informação complementar.

[3] O facto do Programa anterior do 1.º ciclo enunciar um conjunto de finalidades para todo o ensino básico e os Programas dos 2.º e 3.º ciclos enunciarem um conjunto de finalidades totalmente diferente ilustra bem a desarticulação que existia entre estes vários programas.

É de notar que este enunciado refere em primeiro lugar os conhecimentos e capacidades de âmbito cognitivo a desenvolver pelo aluno e só depois refere as atitudes e a capacidade de apreciação. Ou seja, entende-se que só faz sentido falar em atitudes positivas e apreciação da Matemática por parte do aluno tendo por base o seu conhecimento e a sua capacidade de mobilização desse conhecimento em situações diversas.

Estas finalidades são concretizadas através de nove objectivos gerais do ensino da Matemática. Destes, o primeiro diz respeito aos conhecimentos básicos e o segundo à importância da compreensão na aprendizagem da Matemática. Os cinco objectivos seguintes dizem respeito a capacidades transversais, das quais três têm um lugar destacado no programa. Note-se, a propósito, que estas cinco capacidades transversais são bastante semelhantes às propostas nos Princípios e Normas do NCTM (2007). Finalmente, os dois últimos objectivos gerais dizem respeito ao modo como se espera que os alunos se relacionem pessoalmente com a Matemática e apreciem esta disciplina:

- Conhecer factos e procedimentos básicos
- Compreender a Matemática
- Lidar com diversas representações
- Comunicar matematicamente
- Raciocinar matematicamente
- Resolver problemas
- Estabelecer conexões
- Fazer Matemática de modo autónomo
- Apreciar a Matemática

Estas finalidades e objectivos gerais marcam de forma clara todo o programa. Não são portanto afirmações mais ou menos "avançadas", mas com uma função essencialmente decorativa, como parece acontecer em tantos documentos curriculares.

Temas matemáticos e Capacidades transversais

Numa segunda parte do PMEB (ME, 2007) surge uma explicação sobre a organização dos temas matemáticos, que se diferencia significativamente dos programas anteriores (ME, 1990; ME, 1991a, 1991b), acompanhando de perto a estrutura do Currículo Nacional (ME, 2001):

- Números e operações
- Geometria e Medida
- Álgebra
- Organização e tratamento de dados

Em relação aos Programas de 1990/91, a diferença mais importante na organização dos temas é a revalorização da Álgebra, que não existia nem no 1.º nem no 2.º ciclo e que no 3.º ciclo tinha sido reduzida ao "cálculo algébrico". Agora, ideias de Álgebra surgem já no 1.º ciclo (inseridas no tema Números e operações) e, com mais visibilidade, nos 2.º e 3.º ciclos (como tema autónomo). As Funções são consideradas parte da Álgebra, ao contrário do que acontece no Currículo Nacional (ME, 2001). Em contraste com os Programas de 1991 e com o próprio Currículo Nacional, fala-se agora em "Números e operações" e não em "Números e cálculo", enfatizando assim as ideias verdadeiramente fundamentais deste tema da Matemática escolar.

Além disso, o programa dá destaque a três capacidades transversais – a Resolução de problemas, o Raciocínio matemático e a Comunicação matemática – de que falaremos em detalhe mais adiante. Note-se que nos programas anteriores de Matemática, dos 2.º e 3.º ciclos, falava-se em "Valores/Atitudes" e em "Capacidades/Aptidões" como constituindo os "objectivos gerais" do ensino da Matemática. No entanto, não havia qualquer articulação perceptível entre estes objectivos e os conceitos e processos matemáticos enunciados no mesmo programa.

A um nível mais específico, no tratamento de cada tema, encontram-se outras diferenças relativamente aos programas anteriores. Assim, podemos sistematizar as principais diferenças nos pontos indicados no Quadro 1.

Quadro 1 – Principais diferenças entre o novo programa de Matemática e os programas anteriores

- As finalidades e objectivos gerais do ensino da Matemática surgem com um novo conteúdo e um novo papel.
- Existem capacidades transversais, em paralelo com os temas matemáticos, não havendo uma formulação comparável nos anteriores programas.
- Existe um tema de Álgebra, tanto no 3.º ciclo, como 1.º e 2.º, com ênfase na generalização, simbolização e modelação.
- No estudo dos Números, salienta-se a ideia de sentido de número e propõe-se um tratamento diferente dos algoritmos das operações com números naturais e dos números racionais, pondo em paralelo as representações em fracção e em numeral decimal.
- O estudo da Organização e tratamento de dados é proposto desde o 1.º ciclo, com valorização das investigações estatísticas.
- Na Geometria, valoriza-se o sentido espacial e a visualização e reforçam-se as transformações geométricas.
- A Medida assume maior visibilidade no 1.º ciclo.
- Finalmente, embora isso não seja de menor importância, o novo programa apresenta uma nova estrutura e uma linguagem mais coerente.

Orientações metodológicas

Numa terceira parte, o PMEB (ME, 2007) apresenta diversas orientações metodológicas gerais, que dizem respeito, nomeadamente, à diversidade de tarefas, resolução de problemas, raciocínio matemático, comunicação matemática[4], representações, conexões, diversidade de recursos, cálculo mental, lugar

[4] Deste modo, o desenvolvimento das capacidades de resolução de problemas, do raciocínio matemático e da comunicação matemática constituem não só objectivos curriculares a atingir mas também orientações metodológicas a seguir na prática lectiva.

da História da Matemática e atenção ao papel da Matemática no mundo actual e, finalmente, as diferentes formas de trabalho na sala de aula. Estas orientações são depois concretizadas e exemplificadas no desenvolvimento de cada tema, em cada ciclo. O programa, nesta parte, tece ainda diversas recomendações quanto à gestão curricular, sublinhando a importância desta ser feita a nível da escola, e à avaliação das aprendizagens dos alunos, indicando que deve ter por base diversos princípios e recorrer a instrumentos diversificados.

Orientações fundamentais do novo programa

O novo programa apresenta diversas perspectivas orientadoras para a abordagem dos temas matemáticos, valorizando o sentido de número, o sentido espacial, o pensamento algébrico e a literacia estatística. Aponta também orientações para o trabalho com as capacidades transversais.

Sentido de número

Noção de sentido de número

Nos últimos anos, em muitos países, o "sentido de número" tem vindo a ser considerado um aspecto fundamental a desenvolver pela escola, aparecendo em muitos programas de Matemática. McIntosh, Reys e Reys (1992) deram um contributo decisivo para a divulgação desta ideia, que associam a uma compreensão geral dos números e operações. Na sua perspectiva, o sentido de número envolve, em especial, a capacidade e a disposição para utilizar o conhecimento dos números e operações de forma flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias eficazes para resolver problemas. O modelo que apresentam é composto por três grandes blocos, cada um dos quais com vários aspectos (ver o Quadro 2). O NCTM (2007) também destaca a noção de sentido de número de modo bastante convergente com a perspectiva destes autores.

Quadro 2 – Vertentes de sentido de número (McIntosh, Reys & Reys, 1992)

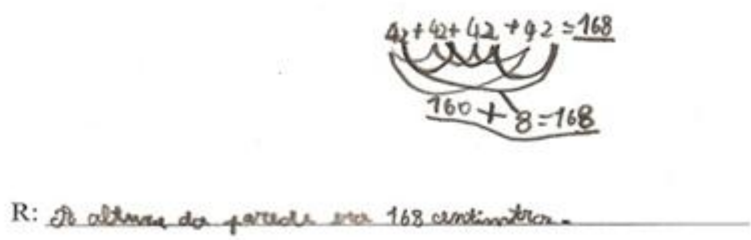
Conhecimento e destreza com os números	Conhecimento e destreza com as operações	Aplicação e destreza com os números e operações em situações de cálculo
▪ Sentido da regularidade dos números. ▪ Múltiplas representações dos números. ▪ Sentido das grandezas relativa e absoluta dos números. ▪ Sistema de referência.	▪ Compreensão do efeito das operações. ▪ Compreensão das propriedades matemáticas. ▪ Compreensão da relação entre as operações.	▪ Compreender a relação entre o contexto do problema e os cálculos necessários. ▪ Consciencialização da existência de múltiplas estratégias. ▪ Apetência para utilizar uma representação ou um método eficiente. ▪ Sensibilidade para rever os dados e o resultado.

O PMEB (ME, 2007), no propósito principal de ensino do tema Números e operações, em todos os ciclos, dá grande destaque ao sentido de número. O que varia de ciclo para ciclo é o alargamento dos campos numéricos estudados e o aprofundamento dos assuntos a tratar. A noção de sentido de número é associada à capacidade para decompor números, usar como referência números particulares, tais como 5, 10, 100 ou ½, usar relações entre operações aritméticas para resolver problemas, estimar, compreender que os números podem assumir vários significados (designação, quantidade, localização, ordenação e medida) e reconhecer a grandeza relativa e absoluta dos números (p. 13). Tendo em vista o desenvolvimento do sentido de número dos alunos, as indicações metodológicas dos três ciclos destacam a importância de propor tarefas que envolvam a compreensão de relações numéricas, a compreensão das operações aritméticas, a aprendizagem dos algoritmos com compreensão e a resolução de problemas numéricos. Estas indicações metodológicas valorizam, também, a utilização de processos de cálculo baseados nas propriedades dos números e das operações, o cálculo mental e a estimação. O programa indica, ainda, que a calculadora é um instrumento de cálculo que tem o seu lugar nos três ciclos do ensino básico, nomeadamente "por possibilitar a elaboração e análise de estratégias de cálculo mental que auxiliam no desenvolvimento do sentido de número, na consolidação do significado das operações e no reconhecimento e aplicação das suas propriedades" (p. 33).

Exemplo 1. O problema A parede do sótão faz parte de uma cadeia de tarefas construídas pelo projecto Desenvolvendo o sentido do número (DSN) e foi explorado numa turma do 2.º ano de escolaridade da professora Elvira Ferreira[5] (para uma apresentação mais detalhada, ver Mendes & Delgado, 2008). O problema é o seguinte:

> *A parede do sótão. O pai da Sara quer tapar uma parede do sótão com estantes para arrumação. (...) Cada estante mede (...) 42 centímetros de altura. O pai da Sara conseguiu empilhar 4 estantes, umas em cima das outras e ocupou a parede toda até ao tecto.*
>
> *Qual era a altura da parede? Explica como pensaste.*

Pretendia-se que os alunos resolvessem problemas relativos a situações de multiplicação, utilizando as propriedades dos números e das operações. A figura seguinte mostra a forma como João Pedro pensou. Ele decompõe 42 em 40 e 2 e calcula as somas parciais das dezenas e das unidades. Explica assim a sua estratégia: Fiz primeiro as dezenas. 4 + 4 + 4 + 4 são 16. 16 dezenas são 160 e depois juntei as unidades que eram 8. E concluí que a altura da parede é 168 centímetros.



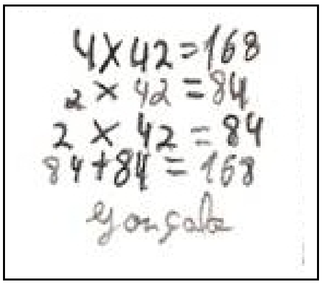
Deste modo, o aluno revela um bom conhecimento das possibilidades de decomposição do número 42 e utiliza-o adequadamente no contexto. Verifica-se, portanto, que usa de forma apropriada a estrutura decimal e a propriedade associativa da adição, revelando sentido de número em relação a este aspecto.

No grupo de Gonçalo, Íris e Carolina surgem várias estratégias para lidar com a situação. A figura seguinte mostra uma delas, em que os alunos decom-

---

[5] Estudo de caso *Desenvolver a multiplicação no 2.º ano – o caso da turma da Elvira*, elaborado por Elvira Ferreira e Fátima Mendes, no âmbito do projecto DSN, não publicado.

põem 4x42 em 2x42 mais 2x42 e adicionam seguidamente os valores obtidos com a realização da operação (84 + 84). Efectuam assim o cálculo do produto dos dois números, recorrendo à propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.



Nos dois casos apresentados, os alunos formulam diferentes estratégias para resolver o problema, tendo em conta o seu contexto, mostram ser capazes de decompor números de diversas formas e conhecer a estrutura do sistema decimal de numeração e, também, as propriedades das operações. Estes aspectos revelam que estes alunos do 2.º ano de escolaridade lidam com os números e as operações já com um assinalável sentido de número, aplicando os seus conhecimentos de forma adequada às situações que lhes são propostas (McIntosh, Reys & Reys, 1992).

Exemplo 2. O exemplo que se segue surge numa investigação de Albergaria e Ponte (2008) cujo objectivo é conhecer como escolhem os alunos do 6.º ano de escolaridade o processo de cálculo para a resolução de uma tarefa e a relação entre essa escolha e o seu sentido de número. Foi proposto aos alunos que resolvessem um conjunto de tarefas, devendo optar pelo processo que preferissem (uso de algoritmos com papel e lápis, da calculadora ou de cálculo mental). Uma das tarefas é a seguinte:

> *Arrumação em caixas. Quantas caixas são necessárias para arrumar 248 copos se em cada caixa cabem 24 copos?*

As resoluções dos de três alunos podem ser esquematizadas do seguinte modo:

João	Marta	Álvaro
Papel e lápis 1. Divisão (algoritmo escrito) ⇨ Atrapalha-se e desiste 2. Multiplicação (algoritmo escrito por tentativa e erro) ⇩ Obtém a solução	**Calculadora** "São 11 caixas, e na caixa 11 ficam…" **Cálculo mental** 0,333 ⇨ "Tem de ser na tabuada do 3, e é o 8!"	**Cálculo Mental** 48 ⇨ 2 caixas 96 ⇨ 4 caixas 192 ⇨ 8 caixas 72 ⇨ 3 caixas ⇨+1 caixa "meio vazia"
⇨ Escolhe estratégias diferentes e adequadas	⇨ Compreende a relação entre operações	⇨ Escolhe uma representação adequada

João usa algoritmos escritos, mas tem dificuldade na divisão e acaba por desistir. Opta então por usar a multiplicação, fazendo várias tentativas até chegar, finalmente, à solução. Marta começa por utilizar a calculadora e reconhece que precisa de 11 caixas. De seguida, usa cálculo mental para saber quantos copos podem ser acondicionados na última caixa. Revela uma correcta interpretação dos dados e dos resultados obtidos, mostrando compreender a relação entre as operações de multiplicação e divisão. Álvaro opta por usar uma estratégia de cálculo mental que também o leva à solução. Cada um destes alunos escolhe um processo de cálculo adequado e pode considerar-se que nesta questão revela, embora em graus diferentes, algum sentido de número. Outra tarefa proposta aos alunos por Albergaria e Ponte (2008) é a seguinte:

> *Jantar piza. Sete amigos foram jantar fora e pediram uma piza de 430 gramas. Se todos comerem o mesmo, quantas gramas será para cada um?*

Nesta situação, João tenta a divisão, desistindo por não ser capaz de realizar o algoritmo. Usa, então, a calculadora, mas não aceita o resultado, talvez devido a este surgir com muitas casas decimais, o que lhe causa estranheza. Este aluno parece não ter a noção de que o resultado pode ser exacto ou aproximado. Já Marta utiliza a calculadora, cujo resultado interpreta, mostrando entender que a solução pode ser um valor aproximado. Álvaro utiliza a calculadora e multiplica, mas percebe que o resultado que obtém não é razoável tendo em conta a situação. Faz então uma divisão na calculadora, e obtém um resultado que considera estranho. Repete a operação, obtendo desta vez a resposta correcta. Verifica-se que este aluno reconhece a razoabilidade do resultado.

João	Marta	Álvaro
Papel e lápis Divisão ↳ desiste **Calculadora** Divisão e multiplicação Não aceita a validade do resultado	**Calculadora** Divisão Aproximação	**Calculadora** Multiplicação ↳ desiste Divisão ↳ resultado estranho ↳repete
Não tem consciência de que o resultado pode ser exacto ou aproximado	Tem consciência de que o resultado pode ser exacto ou aproximado	Reconhece a razoabilidade do resultado

O trabalho dos alunos nestas duas tarefas mostra que os que privilegiam o uso da calculadora (Marta e Álvaro) revelam sentido crítico em relação aos resultados obtidos, às operações utilizadas e à adequação ao contexto. João, que privilegiou o uso de algoritmos escritos, mostra-se muito limitado na realização das tarefas propostas em grande parte por causa das suas dificuldades com o algoritmo da divisão. Quando os alunos são capazes de eleger um meio de cálculo apropriado para a situação proposta, ficam mais habilitados a responder correctamente. Na verdade, no que respeita a compreender as relações entre o contexto do problema e os cálculos necessários (McIntosh et al., 1992), Marta e Álvaro revelam ter já desenvolvido o seu sentido de número, o que não acontece com João.

Sentido espacial

Noção de sentido espacial

O "sentido espacial" e, em particular, a visualização são aspectos fundamentais em Geometria e devem merecer uma atenção cuidada e um trabalho consistente ao longo do ensino básico. O sentido espacial pode ser caracterizado como um conhecimento intuitivo do meio envolvente e dos objectos que nele existem (NCTM, 1991). Para Walle (2007), o sentido espacial inclui a capacidade para visualizar mentalmente objectos e relações espaciais, por exemplo, rodando objectos na nossa mente. Pelo seu lado, Del Grande (1990) destaca sete aspectos na visualização: coordenação visual-motora, memória visual, percepção figura-fundo, constância perceptual, percepção da posição no espaço, percepção de relações espaciais e discriminação visual. Matos e Gordo (1993), sintetizando estes aspectos, referem que a capacidade de visualização engloba a forma como os alunos percepcionam o mundo que os rodeia e a sua capacidade de interpretar, modificar e antecipar transformações dos objectos.

As pessoas com sentido espacial apreciam formas geométricas na arte, na natureza e na arquitectura e são capazes de usar ideias geométricas para descrever e analisar o mundo. Para desenvolver o sentido espacial é importante que os alunos tenham a oportunidade de viver experiências incidindo nas relações geométricas; na direcção, orientação e perspectivas dos objectos no espaço; nas formas e tamanhos relativos das figuras e objectos; e no modo como uma modificação numa forma se relaciona com uma mudança no tamanho (NCTM, 1991).

O PMEB (ME, 2007) valoriza o desenvolvimento do sentido espacial, incluindo a visualização. Isso está presente de forma explícita no propósito principal de ensino do tema Geometria para os três ciclos. Na introdução deste tema, no 1.º ciclo, apresenta-se uma caracterização de sentido espacial tendo por base a visualização e a compreensão das relações espaciais. É indicado que a visualização engloba capacidades relacionadas com a forma como os alunos percepcionam o mundo que os rodeia e envolve observação, manipulação e transformação de objectos e suas representações e a interpretação de relações entre os objectos e entre estes e suas representações. O sentido espacial envolve ainda noções de orientação e movimento, desempenhando um papel importante na percepção das relações espaciais. As indicações metodológicas do programa propõem a indicação de tarefas que proporcionem observar, analisar, relacionar e construir figuras geométricas e operar com elas, levando os alunos a explorar, manipular e experimentar. A resolução de problemas e o uso de materiais manipuláveis têm um papel importante no desenvolvimento do sentido espacial, em especial nos primeiros anos de escolaridade. Os instrumentos de desenho, os programas de geometria dinâmica e os applets permitem igualmente múltiplas explorações. As possibilidades dos recursos tecnológicos para a manipulação e construção de figuras bi e tridimensionais, favorecendo o papel activo dos alunos na sua aprendizagem, podem apoiar o desenvolvimento do sentido espacial e da visualização.

Exemplo. A tarefa seguinte foi desenvolvida numa turma do 4.º ano de escolaridade da professora Gabriela Simões, que Hélia Sousa acompanhou no âmbito do Programa Nacional de Formação Contínua em Matemática.

Tarefa-Figuras tridimensionais

1. *Explora e constrói diferentes figuras tridimensionais.*
2. *Analisa-as e identifica semelhanças e diferenças entre elas.*
3. *Forma grupos de figuras com propriedades comuns e justifica as opções tomadas.*
4. *Prepara com o teu grupo uma apresentação, do trabalho realizado, para a turma.*

Os alunos, organizados em grupos, começaram por explorar o material fornecido (peças poligonais encaixáveis), seguindo-se a construção de figuras tridimensionais diversas. Revelaram um grande entusiasmo na construção das figuras e mostraram admiração quando conseguiam construir figuras diferentes das habituais, desejando mostrá-las de imediato a todos os colegas.

Nas questões 2 e 3 pedia-se a análise das figuras construídas, identificando semelhanças e diferenças, e a formação de grupos de figuras com propriedades comuns. Os alunos observaram então as figuras com um olhar diferente do que tinham assumido na questão anterior. Agora, para responderem, tinham de observar bem as figuras e identificar semelhanças e diferenças entre elas. Os principais aspectos analisados pelos alunos foram a forma, o tamanho, a cor e o número de figuras iguais existente em cada figura tridimensional. As noções de congruência e de ângulo estiveram presentes, embora os alunos não usassem esses termos nos seus diálogos.

Nos vários grupos, a discussão foi por vezes acalorada. A certa altura, um grupo tinha algumas figuras tridimensionais formadas só por triângulos, de cores diferentes, variando o número de triângulos. O grupo discutiu se essas figuras deviam ficar todas juntas ou, então, em grupos diferentes. Mas, nesse caso, como constituir os grupos? Separar as que eram pirâmides das que não eram pirâmides? E as que eram bipirâmides? Alguns alunos achavam que todas essas figuras deveriam ficar no mesmo grupo porque eram constituídas por triângulos, mas outros não concordavam. Se o critério fosse "ser pirâmide" também se poderiam juntar pirâmides com bases diversas, incluindo quadrados, pentágonos, etc. Alguns alunos ainda referiram a questão da cor, pois também poderiam organizar os grupos tendo como critério "ter a mesma cor", mas rapidamente consideraram que essa não seria uma boa hipótese dado que a maior parte das figuras tinha peças de cores diferentes. Depressa perceberam que não existia uma solução única e que as suas opções teriam de ser bem justificadas.

A professora foi circulando pelos grupos para se certificar que os alunos estavam a discutir aspectos da tarefa e ia incentivando, apoiando ou colocando questões, mas não adiantava nenhuma solução. Os alunos fizeram ainda uma apresentação para a turma, relatando o trabalho realizado e as conclusões a que tinham chegado. Por fim, a professora fez uma síntese com as ideias importantes do que tinha sido discutido.

Num outro dia, a professora apresentou aos alunos uma extensão da tarefa utilizando o mesmo material, mas desta vez seleccionando apenas peças com a forma de quadrados. Pediu aos alunos que fizessem uma previsão do número de quadrados necessários para construir cubos cada vez maiores. Os alunos fizeram estimativas que procuraram justificar e, para não se esquecerem das suas previsões, elaboraram uma tabela de valores. Depois, fizeram explorações com o material, fazendo o respectivo registo e, finalmente, chegaram a conclusões que compararam com as estimativas. Alguns deles rectificaram as suas primeiras previsões porque repararam em regularidades que, anteriormente, não tinham notado. Nesta tarefa, os alunos foram levados a realizar conjecturas cuja validade deviam justificar. A análise de regularidades que sugerem uma generalização contribui para o desenvolvimento do seu pensamento algébrico. Esta tarefa, para além de promover o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos é rica em conexões matemáticas, uma vez que remete para conceitos e conhecimentos sobre figuras geométricas planas e no espaço e sobre números e operações.

Pensamento algébrico

Noção de pensamento algébrico

Procurando contrariar a noção da Álgebra como um campo de simples manipulação simbólica, tem vindo a afirmar-se a noção de "pensamento algébrico". Kaput (1999) identifica cinco facetas deste pensamento que considera estreitamente relacionadas entre si: (i) a generalização e formalização de padrões e restrições; (ii) a manipulação de formalismos guiada sintacticamente; (iii) o estudo de estruturas abstractas; (iv) o estudo de funções, relações e variação conjunta de duas variáveis; e (v) a utilização de múltiplas linguagens na modelação matemática e no controlo de fenómenos. Num texto mais recente Kaput (2008) refere de novo estes cinco aspectos, integrando os dois primeiros (simbolismo e generalização), que designa como "aspectos nucleares" (*core aspects*) da Álgebra, e considerando os três últimos como "ramos" (*strands*) deste domínio. Para este autor, o pensamento algébrico manifesta-se quando, através de conjecturas e argumentos, se estabelecem generalizações sobre dados e relações matemáticas, e estas são expressas através de linguagens formais. Este processo de generalização pode ocorrer com base na Aritmética, na Geometria, em situações de modelação matemática ou em qualquer outro campo.

A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico, mas também o é o "sentido de símbolo" (*symbol sense*) (Arcavi, 1994), que inclui a capacidade de interpretar e usar de forma criativa os símbolos matemáticos na descrição de situações e na resolução de problemas. Outro elemento igualmente central no pensamento algébrico é a ideia de generalização: descobrir e comprovar propriedades que se verificam numa dada classe de objectos. Deste modo, no pensamento algébrico dá-se atenção não só aos objectos mas também às relações existentes entre eles, representando e raciocinando sobre essas relações sempre que possível de modo geral e abstracto. Por isso, uma das vias privilegiadas para promover este pensamento é o estudo de regularidades num dado conjunto de objectos.

O NCTM (2007) valoriza igualmente o pensamento algébrico. Considera que este diz respeito ao estudo das estruturas, à simbolização, à modelação e ao estudo da variação. Inclui assim a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções bem como a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas.

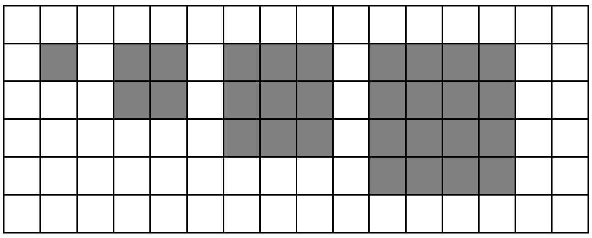
Como indicam Ponte, Branco e Matos (2009), a valorização do pensamento algébrico reforça a ideia de que este tema não se reduz ao trabalho com o simbolismo formal. Pelo contrário, implica ser capaz de pensar de modo abstracto numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação. Estes autores referem que o pensamento algébrico inclui três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas. Representar diz respeito à capacidade do aluno usar diferentes sistemas de representação, raciocinar (tanto dedutiva como indutivamente) envolve relacionar (analisando propriedades dos objectos matemáticos) e generalizar (estabelecendo relações válidas para uma certa classe de objectos) e resolver problemas inclui formular e concretizar estratégias de resolução envolvendo representações de objectos algébricos, tanto em situações matemáticas como envolvendo outros domínios (modelação).

É também esta a perspectiva subjacente ao PMEB (ME, 2007), ao apontar que o grande objectivo do ensino da Álgebra é desenvolver o pensamento algébrico dos alunos. No propósito principal de ensino, o programa associa este pensamento à capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e de utilizar estes conhecimentos e capacidades na exploração e modelação de situações contextualizadas. Sublinha também que este pensamento, para além da capacidade de manipulação de símbolos, envolve a interpretação do seu significado e a capacidade de generalização. Nas orientações metodológicas, o programa dá ênfase ao estudo de sequências, tendo em vista formular generalizações e representá-las simbolicamente. Dá, também, atenção ao desenvolvimento da noção de variável. Propõe o estudo de relações de diversos tipos (equações, inequações e funções) e da variação e o trabalho com tarefas que envolvam simbolização e modelação. Recomenda que sejam proporcionadas aos alunos experiências informais antes da manipulação algébrica formal (por exemplo, na resolução de equações, sistemas de equações e inequações) e valoriza o trabalho com as fórmulas conhecidas dos alunos.

Exemplo. A tarefa que a seguir se apresenta surgiu, num primeiro momento, no âmbito de uma sessão conjunta de Formação Contínua de Matemática, dinamizada por Ana Isabel Silvestre e Hélia Sousa, onde participaram professores dos 1.º e 2.º ciclos, no Agrupamento de Escolas da Portela e Moscavide.

Sequência de quadrados.

Considera a sequência de quadrados.



- *Desenha a figura seguinte.*
- *Descreve o que verificas.*
- *Quantos quadradinhos tem a oitava figura?*
- *O que podes concluir?*

Depois da sua resolução e discussão, os professores participantes na formação consideram tratar-se de uma tarefa com várias potencialidades e possibilidades de conexões entre conceitos matemáticos importantes nos dois ciclos. Assim, uma das professoras do 1.º ciclo resolveu propô-la, como trabalho de grupo, aos seus alunos de uma turma do 4.º ano de escolaridade. Para os alunos representarem as figuras distribuiu quadradinhos de espuma de borracha (material manipulável). Sugeriu ainda que a elaboração de registos talvez os ajudasse na resolução da tarefa. Os alunos, primeiro, fizeram registos pouco organizados mas, depois, alguns deles lembraram-se de elaborar uma tabela. Logo que começaram a construir os primeiros quadrados verificaram que existiam diversas regularidades. Praticamente todos os alunos, tendo por base os seus conhecimentos sobre área, descobriram que o número total de quadradinhos de cada figura é o número de quadradinhos de cada lado multiplicado por si próprio. Muitos deles descobriram ainda que os números ímpares consecutivos correspondem ao número de quadradinhos que, sucessivamente, vai aumentando, ou seja, a sequência começa com 1 quadradinho, a segunda figura tem mais 3 quadradinhos do que a primeira, a terceira figura tem mais 5 do que a segunda, e assim sucessivamente. Deste modo, conseguiram concluir que há uma regularidade de +2 no número de quadradinhos que vai aumentando na sequência das figuras.

Depois de terem chegado a estas conclusões, a professora ainda lhes sugeriu que verificassem o que acontecia se somassem os primeiros números ímpares consecutivos e relacionassem com as figuras que tinham obtido. Os alunos verificaram que se tratava, sucessivamente, do número de quadradinhos de cada figura. Todo este trabalho foi apresentado e discutido, a certa altura, com toda a turma. Na síntese, a professora referiu que os números 1, 4, 9, 16... são conhecidos por *números quadrados* porque se os representarmos com material (ou com figuras numa folha de papel), como os alunos tinham feito, todos eles podem ser representados por quadrados. Este exemplo demonstra que certos aspectos do pensamento algébrico estão ao alcance dos alunos do 1.º ciclo e que a abordagem proposta no programa pode ser importante para o desenvolvimento das suas capacidades matemáticas.

Literacia estatística

Noção de literacia estatística

O grande objectivo do ensino da Estatística é promover a literacia estatística (Rumsey, 2002), ensinando os alunos a lerem e interpretarem dados. Tal como foi importante para os nossos avós aprenderem a ler e a contar, faz hoje parte da educação para a cidadania saber ler os números, índices e gráficos com que nos deparamos no dia-a-dia. Deste modo, o objectivo da Matemática no ensino básico não é criar especialistas em Estatística, mas sim promover nas pessoas a capacidade de (i) compreenderem os processos elementares da recolha e análise de dados, (ii) entenderem o que está por detrás de uma investigação estatística, e (iii) terem a consciência do que é um fenómeno aleatório, sendo capazes de construir modelos simples da realidade.

Esta perspectiva da literacia estatística distingue-se profundamente da perspectiva que tem informado até aqui o ensino da Estatística, que no ensino básico se reduz na prática à capacidade de realizar tabelas e gráficos de diversos tipos e de calcular médias, medianas e modas. O ensino da Estatística tem privilegiado até aqui destrezas de tipo calculatório (determinação de medidas estatísticas) e processuais (realização de tabelas e gráficos) e, deste modo, os alunos aprendem um conjunto de habilidades (*skills*), mas não desenvolvem a sua capacidade de os usar criticamente, ou seja, não desenvolvem a sua literacia estatística. Ficam, deste modo, seriamente limitados para compreender e analisar criticamente muita da informação que circula no mundo onde estão inseridos.

O PMEB (ME, 2007) indica que o trabalho em Estatística e em Probabilidades – com o nome de Organização e tratamento de dados – deve ser realizado em todos os ciclos do ensino básico. A aprendizagem desde o 1.º ciclo envolve aspectos ligados à representação dos dados, à formulação de questões e à interpretação de resultados. No fim do 3.º ciclo, segundo indicam os objectivos gerais de aprendizagem deste tema, os alunos devem "(i) compreender a informação de natureza estatística e desenvolver uma atitude crítica face a esta informação; (ii) ser capazes de planear e realizar estudos que envolvam procedimentos estatísticos, interpretar os resultados obtidos e formular conjecturas a partir deles, usando linguagem estatística; e (iii) ser capazes de resolver problemas e de comunicar em contextos estatísticos e probabilísticos" (p. 59). As indicações metodológicas sugerem que o estudo deste tema deve assumir uma natureza investigativa, levando os alunos a formular questões, que conduzem à necessidade da recolha e análise de dados. Os alunos devem tomar decisões sobre como recolher, organizar e representar a informação. Finalmente, a análise e interpretação de dados pode levar os alunos a estabelecer novas relações e conjecturas. Devem, também, realizar experiências aleatórias em que se explora a regularidade a longo termo (isto é, ao fim de muitas realizações da experiência, nas mesmas circunstâncias), identificando e listando todos os resultados possíveis. Devem, ainda, explorar situações em que o estudo da informação recolhida sobre alguns casos, permita, ou não, generalizar os resultados obtidos, para toda a população.

Exemplo. Uma das formas mais importantes de promover nos alunos a literacia estatística é através da realização de pequenas investigações estatísticas. O exemplo seguinte diz respeito a uma experiência realizada no 6.º ano por Olívia Sousa (2002):

> *Como é o aluno típico da turma?*
>
> *Supõe que queres comunicar, a um aluno de um país distante, ou mesmo, quem sabe, a um extraterrestre, como são os alunos da tua turma...*

A professora estruturou o trabalho dos alunos em diversas etapas, cada uma delas correspondendo a uma ou mais aulas:

- Preparação das questões de investigação;
- Recolha de dados;
- Tratamento dos dados;
- Elaboração de relatórios sobre os resultados.

A professora teve particular cuidado para que este trabalho não se reduzisse a umas tantas medições e cálculos. Assim, na primeira aula, os alunos deram uma grande atenção às questões a formular. Verificaram que algumas das questões propostas por alguns dos alunos não eram as mais adequadas e substituíram-nas por outras. Além disso, na segunda aula consideraram os instrumentos e processos a usar na recolha dos dados. Do mesmo modo, consideraram diversos problemas relacionados com o tratamento e análise dos dados. Como é usual nestes casos, a elaboração dos relatórios finais (neste caso, a carta ao "extraterrestre" é uma forma de comunicação escrita envolvendo informação matemática), foi a parte do trabalho que mais tempo demorou a concretizar.

No balanço feito pela professora, ela indica que os alunos tiveram oportunidade de compreender, em linhas gerais, o que está envolvido numa investigação estatística e desenvolveram a sua compreensão dos conceitos e processos estatísticos. Além disso, reforçaram a sua compreensão conceitos e processos relacionados com números e operações:

> Os números decimais, obtidos através da medição de grandezas associadas ao seu corpo, deixaram de ser entidades abstractas e ganharam significado. A manipulação destes números em contexto significativo, envolvendo comparação, ordenação, agrupamento e operação, contribuiu para que os alunos melhorassem a sua compreensão global dos números. (…)
>
> Quanto aos conteúdos estatísticos, o contacto com diferentes tipos de variáveis e com diversos modos de recolher, organizar e representar informação relevante e significativa, promoveu nos alunos um entendimento e compreensão da linguagem e dos conceitos e métodos. (Sousa, 2002, p. 94)

Capacidades transversais

Resolução de problemas

A Resolução de problemas constitui a primeira capacidade transversal do PMEB (ME, 2007). Note-se que uma dada questão constituirá um problema ou um exercício para um dado indivíduo, conforme ele disponha, ou não, de um processo que lhe permita resolver rapidamente essa questão. Por isso, num dado momento, uma certa questão pode constituir um problema para um certo indivíduo, mas, num outro momento, não passar de um simples exercício.

A resolução de problemas assume um papel fundamental em todos os ciclos. Assim, no 1.º ciclo, os alunos desenvolvem esta capacidade resolvendo problemas de diversos tipos, preferencialmente do quotidiano, identificando a informação relevante sobre o problema e o seu objectivo. No 2.º ciclo, os alunos alargam o seu reportório de estratégias de resolução de problemas, aprofundam a análise da plausibilidade dos resultados obtidos e a adequação dos processos utilizados. No 3.º ciclo, as aprendizagens realizadas pelos alunos nos diferentes temas permitem-lhes aprofundar a sua capacidade de resolução de problemas. Em particular, desenvolvem agora a sua capacidade de analisar as consequências para a solução de um problema resultantes da alteração dos dados e das condições iniciais. Além disso, formulam também novos problemas em contextos matemáticos e não matemáticos. É de notar que a natureza dos problemas a propor aos alunos evolui de ciclo para ciclo, principalmente no nível de formalização dos enunciados.

A Resolução de problemas constituía já uma ideia importante nos anteriores programas de Matemática, tanto do 1.º (ME, 1990), como do 2.º e 3.º ciclos (ME, 1991a; 1991b). O novo programa procura caracterizar de modo mais preciso a natureza dos problemas a propor em cada ciclo e exemplifica estratégias que podem surgir na sua resolução. O programa indica, também, que os problemas tanto podem servir como contexto de aplicação de conhecimentos e técnicas já aprendidos anteriormente como podem servir para o desenvolvimento de novas aprendizagens.

Raciocínio

Outra capacidade transversal referida pelo programa é o Raciocínio. A ideia que a Matemática tem um papel fundamental no desenvolvimento do raciocínio faz parte do senso comum da nossa sociedade. No entanto, o que se entende por "raciocinar" nem sempre é muito claro. Para o dicionário, este termo pode assumir vários significados: 1. fazer uso da razão para depreender, julgar ou compreender; 2. encadear pensamentos de forma lógica; 3. apresentar razões; 4. ponderar; reflectir; pensar (Do lat. *ratiocinári*) (Dic. Porto Ed.). No programa são sobretudo os significados 2 e 3 que se tem em vista.

Um tipo de raciocínio fundamental em Matemática é, naturalmente, o raciocínio dedutivo. No entanto, como mostrou George Pólya (1990), o raciocínio indutivo ocupa também um lugar importante em Matemática. Igualmente importante é saber que processos de raciocínio são usados na realização de diferentes tipos de tarefa matemática. Assim, podemos dizer que a resolução de problemas e de exercícios incluem, num certo nível, a formulação de uma estratégia geral de resolução de um problema ou a identificação de um método de resolução de um exercício, e, noutro nível, a realização de um passo, transformação ou cálculo e sua justificação. Pelo seu lado, na realização de explorações e investigações, temos, por um lado, a formulação de uma conjectura (sobre um objecto específico ou genérico), apoiada numa razão e, por outro lado, a definição de uma estratégia de teste de uma conjectura. Finalmente, uma demonstração envolve, num certo nível, a formulação de uma estratégia geral de demonstração, e, noutro nível, a construção de uma cadeia argumentativa (formulação de passos justificados que levam à conclusão). Há ainda um outro processo de raciocínio comum aos três tipos de tarefa, que assume, por isso, uma importância fundamental – o estabelecimento de relações (de equivalência, de ordem, de pertença…) entre objectos matemáticos ou não matemáticos.

No 1.º ciclo, os dois subtópicos essenciais associados ao Raciocínio matemático são a justificação e a formulação e teste de conjecturas. Assim, o programa indica que o aluno deve ser capaz de (i) explicar ideias e processos e justificar resultados matemáticos e (ii) formular e testar conjecturas relativas a situações matemáticas simples. Sugere-se, nomeadamente, que o professor pode pedir a explicação de raciocínios matemáticos oralmente e por escrito, solicitar exemplos, contra-exemplos e analogias, propor a investigação de regularidades e relações numéricas nas tabuadas e, finalmente, usar as tabuadas para a formulação e teste de conjecturas.

O 2.º ciclo permite aprofundar a capacidade de Raciocínio matemático dos alunos, no que se refere à justificação (recorrendo a exemplos e contra-exemplos e à análise exaustiva de casos) e à formulação e teste de conjecturas (justificando-as com deduções informais). Ao lado destes aspectos, assume agora também um lugar de destaque a argumentação. O programa sugere aos professores a realização de perguntas do tipo, *Como fizeste? Porque consideras que o que fizeste está certo*? *O que acontecerá se...? Isto verificar-se-á sempre?*

Finalmente, no 3.º ciclo, o Raciocínio matemático assume, naturalmente, novas dimensões. Assim, ao lado da formulação, teste e demonstração de conjecturas, e da argumentação, que já tinham sido consideradas em ciclos anteriores, o programa indica que são também objecto de atenção a indução e a dedução. Os objectivos de aprendizagem compreendem, nomeadamente, demonstrar conjecturas, distinguir uma demonstração de um teste de uma conjectura e fazer demonstrações simples, distinguir uma argumentação informal de uma demonstração, identificar e usar raciocínio indutivo e dedutivo, compreender o papel das definições em Matemática.

Aprende-se a raciocinar raciocinando e analisando os raciocínios realizados por nós e pelos outros. Assim, para atingir os objectivos indicados é necessário partir de tarefas apropriadas, matematicamente ricas mas susceptíveis de ser entendidas pelos alunos e, principalmente, manter um discurso que convide à participação, justificação e reflexão por parte dos alunos. O professor deve pedir constantemente a fundamentação de afirmações através de conceitos, propriedades e procedimentos matemáticos ou contra-exemplos e aproveitar as oportunidades para levar os alunos a identificar casos particulares, formular generalizações e testar a validade dessas generalizações.

Comunicação

Finalmente, a Comunicação é a terceira capacidade transversal a que o PMEB (ME, 2007) dá especial atenção. Note-se que a comunicação está sempre presente na sala de aula, seja fortemente controlada (por vezes monopolizada) pelo professor ou partilhada num registo mais flexível pelo professor e pela generalidade dos alunos da turma. Quando se olha para a comunicação como capacidade transversal, o que está em causa é a capacidade dos alunos de comunicarem as suas ideias matemáticas oralmente, por escrito e por outras formas, e compreenderem as ideias formuladas pelos outros.

Assim, no 1.º ciclo, a comunicação desenvolve-se através da vivência de situações variadas envolvendo a interpretação de enunciados, a representação e expressão de ideias matemáticas, no início com mais ênfase na comunicação oral mas, progressivamente valorizando também a comunicação escrita, e a sua discussão na turma. No 2.º ciclo, os alunos evoluem na forma de exprimirem as suas ideias e de descreverem os processos matemáticos que utilizam, progredindo na tradução de relações da linguagem natural para a linguagem matemática e vice-versa, na variedade de formas de representação matemática que usam e no rigor com que o fazem. Finalmente, no 3.º ciclo, espera-se que os alunos progridam "na fluência e no rigor com que se exprimem, oralmente e por escrito, tanto na linguagem natural como na linguagem matemática, usando a notação e a simbologia específica dos diversos tópicos matemáticos e desenvolvem a sua capacidade de interagir num grupo e na turma" (p. 62).

O desenvolvimento da capacidade de comunicação dos alunos depende do professor proporcionar oportunidades adequadas aos seus alunos e também do *feedback* que lhes dá relativamente aos seus desempenhos. A comunicação oral e escrita complementam-se, naturalmente. A comunicação oral permite uma maior espontaneidade e interacção entre os intervenientes, enquanto a comunicação escrita favorece a precisão das ideias e reflexão sobre elas. No entanto, não se deve perder de vista que é através do discurso oral que o professor regula o essencial do trabalho da sala de aula, sendo também através dele que se realiza o essencial do processo de negociação de significados matemáticos entre professor e alunos (Bishop & Goffree, 1996).

O processo de mudança curricular

Um novo PMEB (ME, 2007) constitui um factor de possíveis mudanças em dois níveis fundamentais: nas práticas de ensino-aprendizagem na sala de aula, com especial destaque para as tarefas propostas e a comunicação que aí se desenvolve, e, em consequência, nas aprendizagens matemáticas dos alunos. Para que isso aconteça, é necessário um dispositivo de apoio à concretização do programa, de que um dos aspectos mais importantes é a organização dos professores nos agrupamentos e escolas.

Do ensino directo ao ensino-aprendizagem exploratório

Assistimos presentemente em muitos países a uma mudança curricular importante no ensino da Matemática, do que vários autores designam por "ensino directo" para o que se pode chamar de "ensino-aprendizagem exploratório" (Ponte, 2005). No ensino directo existe uma e uma só tarefa padrão, o exercício. As situações que se trabalham, matemáticas ou extra-matemáticas, são feitas de propósito para ilustrar um conceito ou procedimento, e tendem a assumir um carácter artificial. Além disso, para cada problema existe uma e uma só estratégia e resposta certa. Em contrapartida, no ensino-aprendizagem exploratório, os alunos trabalham a partir de uma grande variedade de tarefas: explorações, investigações, problemas, exercícios, projectos (para uma discussão mais detalhada, ver Ponte, 2005). As situações, com frequência, são realísticas, isto é, envolvem dados e condições retirados da realidade. Muitos problemas admitem várias estratégias de resolução.

No ensino directo, o principal papel do aluno é receber "explicações" do professor. Este mostra "exemplos" para o aluno aprender "como se faz", seja realizar algoritmos aritméticos, resolver equações, representar graficamente funções, demonstrar propriedades de figuras usando os casos de congruência de triângulos, etc., etc. Na sala de aula, as autoridades são o professor e o manual. Na aprendizagem exploratória, a aula decorre de modo diferente: os alunos recebem tarefas e têm de descobrir estratégias para as resolver. O professor pede ao aluno para explicar e justificar o seu raciocínio. Deste modo, ao justificar os seus raciocínios de maneira lógica, o aluno torna-se também numa autoridade na sala de aula.

Finalmente, no ensino directo, a comunicação tem por padrão fundamental o facto que o professor coloca questões e fornece *feedback* imediato ao aluno. Trata-se da conhecida sequência I-R-F, ou seja, iniciação-resposta-*feedback*

(Pimm, 1987). Espera-se que os alunos ponham as suas "dúvidas" quando não percebem ou precisam de ajuda. Pelo seu lado, na aprendizagem exploratória, os alunos são encorajados a discutir com os colegas em grupos ou em pares. No fim de um trabalho significativo, fazem-se discussões alargadas com toda a turma. Além disso, não se assume que os significados matemáticos se transmitem de forma automática, mas antes que são permanentemente negociados na sala de aula por professor e alunos.

A selecção das tarefas a propor aos alunos constitui um dos aspectos essenciais do trabalho do professor. Mais do que descobrir uma ou outra tarefa motivante para "amenizar" uma sequência de aulas mais "árida", o professor tem de considerar todo o conjunto das tarefas a propor na unidade, incluindo naturalmente a sua diversidade (em termos de complexidade, nível de desafio e contexto matemático/não matemático), tempo de realização e representações e materiais a utilizar. O NCTM (1994) indica as características das tarefas matemáticas válidas nos seguintes termos:

- Apelam à inteligência dos alunos,
- Desenvolvem a compreensão e aptidão matemática,
- Estimulam os alunos a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as ideias matemáticas,
- Apelam à formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático,
- Promovem a comunicação sobre Matemática,
- Mostram a Matemática como uma actividade humana permanente,
- Têm em atenção diferentes experiências e predisposições dos alunos,
- Promovem o desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer Matemática.

As tarefas distinguem-se ainda no modo como são apresentadas aos alunos, como estes as trabalham, e como servem de base à discussão e institucionalização de novo conhecimento. Especialmente importante é que as tarefas sejam inter-relacionadas entre si e apresentadas em sequências coerentes (cadeias de tarefas) de modo a proporcionar um percurso de trabalho favorável à aprendizagem do aluno.

A comunicação na sala de aula constitui um traço fundamental que caracteriza o tipo de ensino do professor. Para que os alunos compreendam os conceitos e procedimentos matemáticos, é necessário que lhes possam atribuir significado. Isso requer um permanente processo de negociação de significados matemáticos (Bishop & Goffree, 1986), que estabeleça permanentemente relações entre as novas experiências proporcionadas aos alunos e os seus conhecimentos prévios.

Um elemento fundamental da comunicação na sala de aula é a natureza das questões colocadas pelo professor. Estas são todas do mesmo tipo, ou são de tipos diversos? E são sobretudo questões de focalização, de confirmação ou de inquirição? (ver Ponte & Serrazina, 2000). O discurso que tem lugar na sala de aula é essencialmente um discurso unidirecional, num sentido único, do professor para o aluno? É um discurso contributivo, estimulando os alunos a darem respostas e a fazerem perguntas? Ou é um discurso reflexivo e instrutivo, levando os alunos a reflectir sobre aspectos anteriores do trabalho realizado e a usar esses aspectos para a construção de novo conhecimento? (ver Brendefur e Frykholm, 2000)

Organização nos agrupamentos/escolas

Um outro elemento essencial para a concretização do PMEB (ME, 2007) é o trabalho a realizar pela equipa de coordenação em cada agrupamento/escola não agrupada. Esta equipa poderá ser constituída por um professor de cada ciclo do agrupamento e/ou de cada ano no caso das escolas não agrupadas, com diversas funções:

- Elaborar, monitorizar e avaliar o plano do agrupamento para a implementação do Programa,
- Identificar necessidades de formação dos professores,
- Identificar e divulgar recursos para o ensino da Matemática,
- Apoiar os professores na planificação (conjunta) de aulas e unidades de ensino,
- Analisar os indicadores de aprendizagem dos alunos do agrupamento/escola,
- Promover trocas de materiais e experiências entre professores bem como outras formas de inter-ajuda e reflexão colectiva.

Uma das principais preocupações das equipas de coordenação é a de promover actividades que possam interessar a professores de diversos ciclos, contribuindo para que se ultrapasse o desconhecimento e incompreensão mútuas que são, ainda hoje, os traços predominantes nas relações entre os professores dos vários níveis.

Para apoiar o trabalho destas equipas de coordenação de agrupamentos/escolas tem de haver um apoio de retaguarda, que pode ter por base professores dos mesmos níveis de ensino, com funções de acompanhantes, ou equipas enquadradas por instituições de ensino superior. Este apoio directo às equipas de coordenação e aos professores é fundamental para organizar momentos de trabalho/formação temáticos para os professores, com especial incidência nas ideias centrais do novo programa. Mais do que professores acompanhantes com o perfil de "divulgadores" e "conselheiros", que tem predominado em anteriores processos de mudança curricular, é necessário que os elementos deste dispositivo de apoio assumam um perfil de "pessoa-recurso" e "formador", ou seja, uma pessoa que sugere materiais que os professores podem pesquisar e usar na sua sala de aula e que colabora activamente na estruturação e realização da formação de professores da iniciativa dos agrupamentos e escolas.

Materiais e centros virtuais de apoio

A introdução de um novo PMEB (ME, 2007) que propõe novas orientações para o ensino dos diversos temas requer a existência de materiais de apoio apropriados. Com esse propósito, estão ser desenvolvidos dois tipos de materiais, brochuras e materiais para a sala de aula. As brochuras discutem as ideias essenciais relativas a cada tema e também às capacidades transversais, procurando ilustrar essas ideias com exemplos da sala de aula. Cada brochura trata de modo integrado as questões relativas ao tema/capacidade transversal do conjunto dos três ciclos do ensino básico, constituindo um apoio de cunho sobretudo conceptual relativamente ao novo programa. Pelo seu lado, os materiais para a sala de aula estão organizados por tópico, contendo uma colecção de tarefas para usar directamente com os alunos, que ilustram o tipo de trabalho que se propõe para uma dada unidade de ensino. Para além da tarefa propriamente dita, os materiais contêm ainda uma indicação dos conhecimentos prévios pressupostos nos alunos, as aprendizagens visadas, uma possível estratégia de exploração tarefa na sala de aula e exemplos de trabalho realizado por alunos nesta tarefa, incluindo estratégias e dificuldades. Muitos destes materiais estão já hoje disponíveis no sítio da DGIDC, outros têm sido produzidos por equipas de projectos (Projecto *Desenvolvendo o Sentido de Número,* 2005, 2007; Vale & Pimentel, 2009), e outros estão presentemente em desenvolvimento.

Outro elemento hoje em dia muito importante num processo de mudança curricular pode ser desempenhado pela Internet, através de centros virtuais de apoio aos professores de Matemática. Um centro deste tipo pode divulgar tarefas e recursos, produzidas nacionalmente e/ou desenvolvidas noutros países. Esta será uma oportunidade para recolher e sistematizar os materiais de qualidade produzidos no nosso país. Estes materiais poderão ser complementados com novos materiais a produzir no quadro de novos projectos. Um exemplo interessante de um centro deste tipo é o NRICH, baseado na Universidade de Cambridge (http://nrich.maths.org/public/), que contém tarefas e materiais para alunos e para professores e oferece as mais diversas oportunidades de formação e desenvolvimento profissional.

Um centro virtual deste tipo pode dinamizar grupos de discussão e comunidades virtuais sobre as questões mais variadas, incluindo questões centradas em tópicos matemáticos e questões de natureza transversal, relacionadas com a natureza das tarefas, a comunicação, a multiculturalidade, etc. Estes grupos podem ajudar os professores a trocar experiências, a elaborar propostas e a reflectir sobre as práticas e as respectivas condições de mudança. Pode também promover as mais variadas iniciativas, incluindo debates *online* ou debates transmitidos em videoconferência através da Internet, em que os assistentes podem intervir enviando mensagens ou mesmo fazendo intervenções orais. Pode, ainda, promover muitas outras actividades como projectos e concursos. Um exemplo de um centro deste tipo é o NCETM – *National Centre for Excellence in Mathematics Education* (https://www.ncetm.org.uk/), em Inglaterra, apresentado por Celia Hoyles no *Encontro Internacional de Matemática* realizado em Maio de 2008 no CCB, em Lisboa. Para além de muitas das actividades acima indicadas, este centro virtual dinamiza uma *Matemapedia*, com entradas relativas à Matemática e ao Ensino da Matemática, mantém uma área para apoiar o processo de autoavaliação por parte dos professores e contém instrumentos de apoio ao desenvolvimento profissional como um portfólio profissional.

Considerações finais

O PMEB (ME, 2007) foi elaborado a partir dos programas anteriores, a que procura dar continuidade, embora introduzindo elementos de inovação importantes e, a nosso ver, necessários e urgentes. No futuro, outros programas poderão certamente ir mais longe na valorização de certos tópicos, certos conceitos e processos e capacidades transversais. Por agora, parece-nos que as inovações introduzidas são as mais necessárias e exequíveis e vão requerer um certo tempo para serem assimiladas nas práticas profissionais.

Na verdade, este programa constitui uma importante oportunidade para:

- Valorizar certos aspectos da Matemática que se encontravam esquecidos (cálculo mental, demonstração, transformações geométricas, Álgebra, Estatística…)
- Valorizar processos matemáticos fundamentais como a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação,
- No âmbito do raciocínio, dar um destaque significativo às actividades de exploração e investigação matemática,
- Dar um novo *élan* ao uso da tecnologia (nomeadamente, computadores e calculadoras),
- Transformar as práticas de ensino, de muitas salas de aula, do modelo do ensino directo para uma lógica marcadamente exploratória.

Trata-se de elementos que, se efectivamente concretizados, representarão, sem dúvida, uma mudança de grande alcance no ensino da Matemática em Portugal.

Referências

Albergaria, I. S., & Ponte, J. P. (2008). Cálculo mental e calculadora. In A. P. Canavarro, D. Moreira & M. I. Rocha (Eds.), *Tecnologias e educação matemática* (pp. 98-109). Lisboa: APM.

Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the Learning of Mathematics, 14*(3), 24-35.

Bishop, A., & Goffree, F. (1986). Classroom organization and dynamics. In B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel.

Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 3*(2), 125-153.

Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*, 37, 14-20.

Kaput, J. J. (1999). Teaching and learning a new algebra. In E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 133-155). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? What is algebraic reasoning? In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 5-17). New York, NY: Routledge.

Matos, J. M., & Gordo, M. F. (1993). Visualização espacial: Algumas actividades, *Educação e Matemática*, *26*, 13-17.

Mendes, M. F., & Delgado, C. (2008). A aprendizagem da multiplicação e o desenvolvimento do sentido de número. *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 159-182). Lisboa: Escolar Editora.

McIntosh, A., Reys, B., & Reys, R. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics*, *12*(3), 2-8.

Ministério da Educação (1990). *Programa do 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Ministério da Educação (1991a). *Organização curricular e programas (2.º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Ministério da Educação (1991b). *Organização curricular e programas (3.º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Ministério da Educação (2001). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.

Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC. (disponível *online*)

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: APM e IIE.

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da Matemática*. Lisboa: IIE e APM.

NCTM (2007). *Princípios e normas para a Matemática escolar*. Lisboa: APM.

Pimm, D. (1987). *Speaking mathematically: Communication in mathematics classrooms.* London: Routledge.

Pólya, G. (1990). *Mathematics and plausible reasoning* (edição original de 1954, Vol. 1). Princeton: Princeton University Press.

Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Branco, N., & Matos, A. (2009). *Álgebra no ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC. (disponível *online*)

Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.

Rumsey, D. J. (2002). Statistical literacy as a goal for introductory statistics courses. *Journal of Statistics Education, 10*(3).

Sousa, O. (2002). Investigações estatísticas no 6.º ano. In GTI (Ed.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 75-97). Lisboa: APM.

Vale, I., & Pimentel, T. (2009). *Padrões no ensino e aprendizagem da Matemática: Propostas curriculares para o ensino básico*. Viana do Castelo: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Viana do Castelo.