José Paulo Viana

Os nomes e os números

Estava outro dia com uns amigos quando resolvemos transformar as letras dos nossos nomes próprios em números, de acordo com um dos mais antigos códigos que se conhecem: $A = 1, B = 2, C = 3, \ldots, X = 22, Z = 23$ e depois cada um de nós multiplicou os números do seu nome.

No meu caso, JOSÉ deu $10 \times 14 \times 18 \times 5 = 12600$.

Uma das minhas amigas obteve $24\ 453$. O resultado de um dos meus amigos foi $497\ 420$.

Como é que eles se chamam?

(Respostas até 31 de Março)

Quatro números e diferenças

O problema proposto no número 74 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

— *Escolher quatro números naturais e colocá-los numa fila inicial (fila 0).*

— *Construir a fila 1 a partir dos números da fila anterior: cada novo número é a diferença, em valor absoluto, entre o número que está por cima e o que está à direita desse; o quarto número é a diferença entre o que está por cima e o primeiro.*

— *Repete-se o processo para cada nova fila, obtendo-se sempre os novos números à custa dos quatro anteriores.*

— *O processo termina quando se chega a uma fila só com zeros.*

Consegues arranjar quatro números iniciais que dêem origem a dez filas não nulas? E a 20 filas?

Pergunta adicional: Qual será a maior sequência de filas que se consegue com quatro números iniciais inferiores a 1000?

Quando, há já uns anos, encontrei este problema na internet, no grupo de discussão *Snark* sobre resolução de problemas, fiz algumas experiências um pouco ao acaso e encontrei uma fila inicial que dava origem a 13 filas:

$1 — 18 — 49 — 106$ (fila inicial)
$17 — 31 — 57 — 105$ (fila 1)
$14 — 26 — 48 — 88$ (2)
$12 — 22 — 40 — 74$ (3)
$10 — 18 — 34 — 62$ (4)
$8 — 16 — 28 — 52$ (5)
$8 — 12 — 24 — 44$ (6)
$4 — 12 — 20 — 36$ (7)
$8 — 8 — 16 — 32$ (8)
$0 — 8 — 16 — 24$ (9)
$8 — 8 — 8 — 24$ (10)
$0 — 0 — 16 — 16$ (11)
$0 — 16 — 0 — 16$ (12)
$16 — 16 — 16 — 16$ (13)

Dei-me por satisfeito. Bastante tempo depois encontrei a folha onde tinha tomado as minhas notas e resolvi tentar encontrar alguma estratégia ou algumas regras que permitissem ir aumentando o número de linhas. Não foi nada fácil, mesmo socorrendo-me mais intensamente da folha de cálculo no computador.

Algumas propriedades são imediatamente constatáveis: se somarmos, subtrairmos ou multiplicarmos por uma constante todos os elementos da fila inicial, a nova linha obtida dá origem a uma série de linhas com o mesmo comprimento da anterior. Consequência imediata: o número mais baixo pode sempre ser 1 e podemos sempre colocá-lo na primeira posição.

Acabei por encontrar um método que permite ir aumentado o número de linhas uma a uma. Aqui vai ele.

Por uma questão de simplificação dos cálculos, resolvi admitir que também podia incluir o número zero (depois, no fim, é somar uma unidade a todos os elementos da linha inicial).

Imaginemos que uma certa linha inicial

$a1,\ a2,\ a3,\ a4$

dá origem a N linhas não nulas.

Seja $k = |a_4 - a_1 - a_2 - a_3|$.

Uma nova linha inicial igual a

$$0, a_1 + \frac{k}{2}, a_2 + k, a_1 + \frac{k}{2}$$

já permite obter $N{+}1$ linhas não nulas. Se k não for par, aparecem números não inteiros, e então temos de multiplicar os quatro números obtidos por 2.

Exemplo: partindo de $0,\ 17,\ 48,\ 105$ (a indicada no início mas com menos uma unidade) obtemos 13 linhas.

Então $k = 105 - 48 - 17 = 40$

e a nova linha de partida é

$0,\ 0{+}20,\ 17{+}40,\ 105{+}20$ ou

$0,\ 20,\ 57,\ 125$

que dá origem a 14 linhas não nulas.

Seguindo este processo, a mais eficaz com números inferiores a 1000 é

$0,\ 81,\ 230,\ 504$

que origina 18 linhas.

Continuando este processo várias vezes, para conseguir 20 linhas obtemos:

$0,\ 230,\ 653,\ 1431$

Por curiosidade, eis a mais longa que obtive, que dá 33 linhas:

$0,\ 35890,\ 101902,\ 223317$

O Paulo Correia, de Alcácer do Sal, fez um programa de computador que analisou todos os casos possíveis de linhas iniciais com números inferiores a 1000 e obteve todas as 10 soluções que dão origem a 18 linhas:

$0 — 81 — 230 — 504$

$0 — 118 — 335 — 734$

$0 — 138 — 392 — 859$

$0 — 149 — 423 — 927$

$0 — 155 — 440 — 964$

$0 — 274 — 423 — 504$

$0 — 399 — 616 — 734$

$0 — 467 — 721 — 859$

$0 — 504 — 778 — 927$

$0 — 524 — 809 — 964$

Note-se que cada uma destas soluções dá origem a outra, colocando os números em sentido inverso. Por exemplo, à primeira solução corresponde esta outra:

$0 — 504 — 230 — 81$

O Paulo colocou a resolução do problema *on-line* na página da sua escola: http://www.esec-alcacer-sal.rcts.pt/mat/4n_filas.html conjuntamente com o programa utilizado, disponível para *download*.

Encontros

XII Encontro de Investigação em Educação Matemática

Este encontro é promovido pela Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação e vai realizar-se em Beja, a 2, 3 e 4 de Maio de 2004.

A História do que constitui hoje o campo da Educação Matemática começa a dar os primeiros passos em Portugal. Pretende-se neste encontro possibilitar uma discussão entre distintas abordagens, metodologias e paradigmas, congregando os resultados já obtidos neste campo e contando para o efeito com a colaboração de especialistas de História, de Matemática e de História da Educação, bem como de investigadores nacionais e estrangeiros.

Prevê-se o funcionamento dos seguintes grupos de discussão: • Formação do currículo de Matemática;

• Livros de texto de Matemática;

• História do ensino da Matemática.

Para mais informações, pode consultar o site http://www.eseb.ipbeja.pt. E-mail: jrevez@eseb.ipbeja.pt.

ProfMat2004

O Encontro Nacional de Professores de Matemática, ProfMat2004, irá realizar-se nos dias 29 e 30 de Setembro e 1 de Outubro, na Universidade da Beira Interior, Covilhã.

Brevemente estará disponível a página do Encontro, onde se encontrará informação diversa, incluindo todas as inovações do ProfMat2004.

Localização do sítio do Encontro: http://www.apm.pt/profmat2004. Endereço electrónico do Encontro: profmat2004@apm.pt.