José Paulo Viana

Quatro números e diferenças

- Escolher quatro números naturais e colocá-los numa fila inicial (fila 0).
- Construir a fila 1 a partir dos números da fila anterior: cada novo número é a diferença, em valor absoluto, entre o número que está por cima e o que está à direita desse; o quarto número é a diferença entre o que está por cima e o primeiro.
- Repete-se o processo para cada nova fila, obtendo-se sempre os novos números à custa dos quatro anteriores.
- O processo termina quando se chega a uma fila só com zeros.

Consegues arranjar quatro números iniciais que dêem origem a dez filas não nulas?

E a 20 filas?

Pergunta adicional: Qual será a maior sequência de filas que se consegue com quatro números iniciais inferiores a 1000 ?

(Respostas até 3 de Janeiro)

Exemplo:

1	**19**	**11**	**5**	**(fila 0)**
18	8	6	4	(fila 1)
10	2	2	14	(fila 2)
8	0	12	4	(fila 3)
8	12	8	4	(fila 4)
4	4	4	4	(fila 5)
0	0	0	0	

Cubinhos e tintas de três cores

O problema proposto no número 72 de *Educação e Matemática* foi proposto por Colin Singleton na revista *Journal of Recreational Mathematics*, vol 31, nº1 e era o seguinte:

> *Com uma certa quantidade de cubinhos, todos iguais, fiz um cubo grande sem espaços vazios no interior. Depois pintei de azul toda a superfície exterior do cubo grande.*
>
> *A seguir, rearrumei esses cubinhos de modo a formar novo cubo grande mas sem que qualquer face azul ficasse visível e pintei de vermelho toda a superfície exterior.*
>
> *Por fim, voltei a rearrumar os mesmos cubinhos de modo que nenhuma face já pintada ficasse à vista e pintei de amarelo toda a superfície exterior do novo cubo grande.*
>
> *Verifiquei então que todas as faces dos cubinhos estavam pintadas.*
>
> *Quantos cubinhos ficaram com apenas duas cores?*

Tivemos 8 respostas:

António Lucas (Castelo Mendo), Armando Fernandes (Aveiro), Berta Alves & João Filipe Oliveira (Braga), Graça Braga da Cruz (Ovar), Isabel Viana (Porto), João Maria Oliveira (Cartaxo), Marco Santos (Ponta Delgada) e Pedrosa Santos (Queluz)

Como já é habitual, apareceram vários processos de resolução mas quase todos começaram por encontrar o número de cubinhos que formam o cubo grande.

Por exemplo, a Graça fez assim:

Seja $N=n^3$ o número de cubinhos utilizado.

Em cada fase de pintura são pintadas $6n^2$ faces de cubinhos.

No final da terceira fase ter-se-ão $3\times6n^2$ faces pintadas.

Os cubinhos têm, no total, $6n^3$ faces pintadas.

Como todas as faces ficaram pintadas será $18n^2=6n^3$ e portanto $n=3$ ($n=0$ é impossível) logo o número de cubinhos é 3^3, ou seja, 27.

Depois, vários dos nossos leitores classificaram o tipo de posição que um cubinho pode ocupar no cubo grande. Por exemplo, quando se pinta de azul:

Posição V — no vértice: 8 cubinhos que ficam com 3 azuis.

Posição A — a meio da aresta: 12 cubinhos que ficam com duas faces azuis.

Posição F — no centro da face: 6 cubinhos que ficam apenas com uma face azul.

Posição I — no interior: 1 cubinho que não é pintado de azul.

Daqui se conclui imediatamente que o cubinho na posição I terá, para ficar completamente pintado, de ocupar nas fases seguintes posições V. No final terá 3 faces vermelhas e 3 amarelas.

O mesmo raciocínio se aplica às fases seguintes: só o cubinho que ocupa a posição I fica sem uma das cores. Então, no final, haverá 3 cubinhos só com duas cores: um vermelho-amarelo, outro azul-amarelo e um terceiro azul-vermelho.

Falta verificar se os restantes 24 cubinhos podem ser completamente pintados.

Depois da primeira fase (azul), dos 8 cubinhos nos vértices, 2 são os que ficam com duas cores. Os 6 cubinhos restantes não podem voltar a ficar na posição V, terão de ficar uma vez em A e outra em F.

Após uma análise cuidadosa, o António e a Graça concluiram que, no final, teremos:

3 cubinhos só com duas cores (3 faces de uma cor e 3 faces de outra).

18 cubinhos com 3 faces de uma cor, duas de outra e uma da terceira cor.

6 cubinhos com duas faces de cada cor.

Sobre os problemas anteriores

- A respeito da resolução do problema *Grupos Equivalentes*, publicada no 72 de *Educação e Matemática*, a Alice Inácio (Portela de Sacavém) escreveu-nos chamando a atenção para o facto de só se ter provado a condição necessária. Tem toda a razão. O que acontece é que a prova da condição suficiente se torna muito complicada e fastidiosa, ultrapassando o âmbito desta secção. Os nossos agradecimentos pelo reparo.
- O enunciado do problema *Reuniões com as três tribos*, proposto no número anterior da revista, saiu com uma gralha. Na segunda mesa, a afirmação da Graça deve ser: *O João é Verk e a Ana é Falk* (e não que a Ana é Altern, como foi publicado). As nossas desculpas.