José Paulo Viana

As quatro operações

Ao sair da aula, a Sónia e a Sílvia estavam todas contentes por terem aprendido as quatro operações. Resolveram logo treinar. Cada uma contou quantos lápis tinha e depois somaram os dois números, subtrairam o menor ao maior, multiplicaram-nos e dividiram o maior pelo menor.

No fim, somaram os quatro resultados e obtiveram 363.

Quantos lápis tinha cada uma delas?

(Respostas até 24 de Dezembro)

As jogadoras de basquete

O problema correspondente ao número 67 de *Educação e Matemática* foi o seguinte:

> *Temos 11 caixas grandes. Algumas estão vazias, outras têm cada uma 8 caixas médias lá dentro. Das caixas médias, algumas estão vazias mas outras têm 7 caixinhas cada uma. Há 102 caixas vazias. Quantas caixas temos no total?*

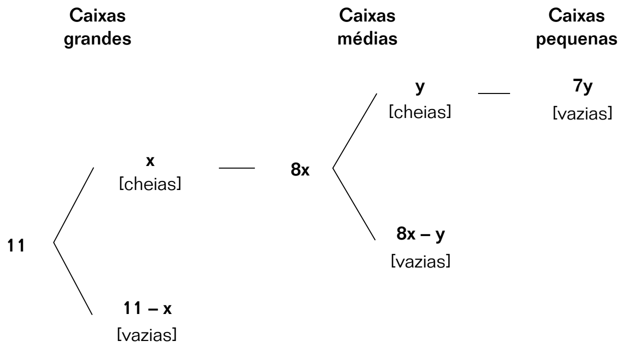
Tivemos 17 respostas: António Bernardes (Lisboa), António Rebolho, António Resendes (S. Miguel - Açores), Armando Fernandes (Aveiro), Augusto Taveira (Faro), Carlos Ribeiro (Faro), Domingos Rijo (Castelo Branco), Eduardo Dinis (Ponte de Sôr), Fátima Cardoso (Moimenta da Beira), Fernanda Correia e Virgílio Cardoso (Viseu), Helder Martins (Lisboa), Jorge Barata e Rosalina Santos (Alcains), João Maria Oliveira (Cartaxo), José Oliveira (Amora), Luís Lopo (Montijo), Sílvia Carvalho (Felgueiras) e Sónia Machado (Bucelas).

Vários processos foram utilizados, desde as tentativas sistemáticas até aos métodos analíticos.

A maior parte dos leitores raciocinou da seguinte forma:

- Há 11 caixas grandes: x estão cheias e $11–x$ vazias.
- Há $8x$ caixas médias: y estão cheias e $8x–y$ vazias.
- Há $7y$ caixas pequenas, todas vazias.

O António fez mesmo um esquema que ajuda a visualizar a situação.



As caixas vazias são 102, logo: $(11 – x) + (8x – y) + 7y = 102$ ou $7x + 6y = 91$

Temos de ir à procura das soluções inteiras desta equação. Vários caminhos se podem seguir, desde ir experimentando os possíveis valores de x (entre 0 e 11) até resolver em ordem a y e usar a calculadora gráfica para fazer uma tabela para os valores inteiros de x.

As soluções da equação, para valores não negativos de x e y, são: $x = 1$ e $y = 14$ (impossível, porque y tem de ser menor ou igual a $8x$); $x = 7$ e $y = 7$ (serve); $x = 13$ e $y = 0$ (impossível, porque x tem de ser menor ou igual a 11). Conclusão: o problema tem uma única solução, com $x = 7$ e $y = 7$. Mas o José Oliveira ainda fez de modo mais simples, dividindo a equação por 7: $x + 6/7y = 13$. Logo, y tem de ser múltiplo de 7 (e as possibilidades são 0, 7 e 14).

Em resumo:

- Há 11 caixas grandes, 7 das quais cheias e 4 vazias.
- Há 56 caixas médias, 7 das quais cheias e 49 vazias.
- Há 49 caixas pequenas, todas vazias.

O número total de caixas é: $11 + 56 + 49 = 116$.

O José Oliveira foi mais longe, usando programação (de várias maneiras ...). Vejamos o que ele faz com uma calculadora: "Podíamos usar um método mais exaustivo utilizando o seguinte programa numa calculadora (Texas). Este programa testa todos os casos e dá-nos o número total de caixas, e todas as soluções se existir mais do que uma (e existe, por exemplo nos casos em que as caixas vazias são: 66, 73, 79, 80, 85, ..., 280). Alterando 102 por outro número de caixas vazias, o programa dá-nos a nova solução.

```
PROGRAMA
:For(G,1,11)
:G*8->M
:For(P,1,M)
:P*7->A
:11-G+M-P+A->T
:If T=102
:Then
:Disp 11+M+A
:End
:End
:M-1->M
:End
```

Nota: "**->**" significa "store (guardar)".