





tangência (solução única).

Seendo  $O$  o centro das três circunferências do nosso problema, o centro de  $c$  é  $O'$ , transformado de  $O$  por  $R(D, 60^\circ)$ . Os pontos  $O, O'$  e  $P$  são colineares e os ângulos  $POD$  e  $O'OD$  são iguais, com amplitude  $60^\circ$ .

Para determinar  $\overline{PD}$ , basta aplicar o teorema de Carnot ao triângulo  $POD$ :

$$\overline{PD}^2 = \overline{OD}^2 + \overline{OP}^2 - 2\overline{OD} \cdot \overline{OP} \cdot \cos 60^\circ$$

donde  $\overline{PD} = 7$ .

A Fátima, a Manuela e o Helder colocam as três circunferências num referencial e depois escrevem as equações que estabelecem a igualdade de distâncias entre as três jogadoras. Resolvem depois o sistema destas equações com radicais. O Helder, depois de substituir variáveis, de elevar ao quadrado e simplificar, chega a uma equação do 3º grau numa variável. E como encontra ele as soluções? Simples: *utilizo a calculadora gráfica e confirmo analiticamente por substituição directa na expressão simplificada.*

Com estas pistas, querem tentar também a resolução analítica?



### Materiais para a aula de Matemática



## Um sólido composto por cinco tetraedros

A tarefa proposta — Um sólido composto por cinco tetraedros — foi adaptada de uma actividade apresentada por Francis Dupuis na revista francesa *Tangente* de Fevereiro/Março de 2000, intitulada *Cinq Tétraèdres imbriqués*.

Estava-se em 2000, Ano Mundial da Matemática, e a escola estava envolvida num projecto que incluía a construção de um sólido composto por dois tetraedros, a Stella Octangula.

Por outro lado, tinha sido lançado entre todos os alunos do 10º ano um concurso de sólidos geométricos, que seriam expostos durante a Semana da Matemática.

Quando recebemos a revista, faltavam apenas cinco dias para o início da Semana. Era uma oportunidade óptima de expor um sólido tão interessante, mas não havia tempo de executar a tarefa com os alunos envolvidos no projecto, ou durante as aulas de 50 minutos. Assim foi num fim de semana, com uma aluna do 8º ano, outro do 12º ano e outro do 10º (e amigos...) que metemos mão à obra.

Na segunda-feira o efeito foi espectacular.

Mais tarde, montámos um cartaz explicativo com as fases da construção do sólido.

Nunca foi experimentada em sala de aula, no entanto, penso que é adequada a uma turma do 10º ano. Poderá ser uma forma de motivar o estudo de Geometria. Há sempre alunos que não conseguem resolver problemas, apesar de compreenderem, vendo a sua resolução, todo o raciocínio que conduz à resposta. Tive oportunidade de verificar, com a construção de outro sólido vistoso, que esses alunos se revelam muito participativos, colocando na tarefa um empenho diferente do que é habitual.

Para despertar o interesse, basta mostrar um modelo do sólido, feito previamente, em tamanho pequeno.

A planificação de um "bico" pode ser executada num dos programas de geometria (Geometer's Sketchpad ou Cabri-géomètre), num tamanho adequado, e as cartolinas poderão ser impressas directamente (há cartolinas de formato A4, utilizáveis na maioria das impressoras).

Supondo que cada "bico" é impresso numa cartolina, com as 25 cartolinas (5 de cada cor), já impressas (para o caso de os alunos se enganarem a cortar, convém fazer um "bico" suplente de cada cor, o que totaliza 25 em vez de 20 "bicos"), e com uma boa colecção de tesouras e de tubos de cola, 90 minutos serão suficientes para fazer surgir o sólido.

Um bom complemento desta actividade, é construir a estrutura do dodecaedro com o tetraedro nele inscrito. Para isso basta utilizar palhinhas de refrescos, ligadas por um fio resistente, cujo interior deverá ser reforçado com palitos de espetadas...

Isabel Viana  
Escola Secundária Infante D. Henrique, Porto