



## Cabri, Sketchpad e Cinderella

Anunciámos, no número anterior, que apresentaríamos nesta secção uma comparação entre os três programas mais conhecidos para geometria dinâmica: Cabri, Sketchpad e Cinderella. No entanto, resolvemos ampliar esta ideia e pedir a três autores, que conhecem bem cada um dos programas, que fizessem nestas páginas a sua apresentação sucinta. Os convites foram aceites e assim neste número será apresentado o Sketchpad (responsável da secção), no nº 67 o Cinderella (Jorge Nuno Silva) e no número 68 o Cabri (Branca Silveira). Finalmente, no número 69, será transcrita uma mesa redonda com os três autores, moderada pela redacção da revista, e onde se discutirão as forças e fraquezas de cada um destes programas.

### Jogos matemáticos na WEB

Continuam a crescer os recursos na WEB (rede Internet) para a aprendizagem da matemática. Embora devam ser usados criteriosamente, como de resto qualquer outra informação, a quantidade de recursos disponível é imensa. No *site* da APM temos por exemplo acesso, no "menu matemático" (página dos alunos, url <http://www.apm.pt/apm/ menunat/index.html>), a actividades interactivas já traduzidas (e que, por estarem no *site* da APM, significa que foram sujeitas a uma escolha antes de serem publicadas).

Um modo de receber informação de confiança do que vai sendo publicado na WEB, em tudo o que diz respeito à Matemática, é assinar (de graça!!) o boletim (newsletter) do MathForum (o que pode fazer em <http://www.mathforum.org/electronic.newsletter/mfin.faq.html>) Pode também "folhear" as antigas newsletters em <http://www.mathforum.org/electronic.newsletter/index.html>.

Indicaremos em seguida alguns bons endereços de *applets* interactivos de matemática, acompanhados de uma breve descrição.

- <http://www.northnet.org/weeks/>  
Este site sobre geometria e topologia de Jeff Weeks, autor do muito interessante livro (e video) *The Shape of Space*, apresenta alguns jogos, labirintos e *puzzles*. Trata-se de actividades tradicionais, mas propostas não no plano mas em superfícies não habituais, como o toro e a garrafa de Klein. Não deixe de visitar.
- <http://www.cut-the-knot.com/Curriculum/index.html>  
Muitas actividades matemáticas interactivas relativas a temas muito diversos da matemática.
- <http://www.albertaonline.ab.ca/resources/MathApplets.htm>  
*Applets* de matemática relativos a números, padrões e relações, forma e espaço, estatística e probabilidade.
- <http://www.stetson.edu/~efriedma/puzzle.html>  
Um conjunto extenso de quebra-cabeças, em geral com mais do que uma solução, de carácter numérico, geométrico, etc.

- <http://matti.usu.edu/nlvm/nav/vlibrary.html>

Um projecto da Universidade estadual de Utah, nos Estados Unidos, com o objectivo de constituir uma biblioteca virtual de actividades interactivas de matemática, sob a forma de *applets*, e organizadas de acordo com os *Standards 2000*. Alguns dos *applets* foram escolhidos para figurar nos recursos dos *Standards*.

### Geometria: o sinal STOP e o Cabri

No último número da revista foi publicado nesta secção o artigo do colega Vidal Minga com este título. Devido a um erro da responsabilidade da secção, em parte devido a uma evolução no modo como a revista é paginada, uma frase do texto foi extraída de uma primeira versão de trabalho e não da última versão. Assim, em vez da frase

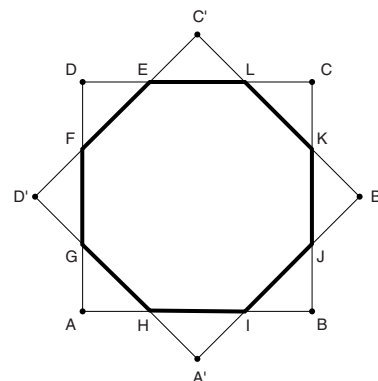
As medições feitas com o Cabri até às milésimas não deixam qualquer dúvida sobre a regularidade do polígono obtido por este processo

deveria ter sido impressa a versão final, a saber

As medições feitas com o Cabri até às milésimas cada vez me deixam mais convicto da regularidade do polígono obtido por este processo.

Pedimos desculpa ao autor e aos leitores por este erro. O nosso colega António Pereira Rosa, leitor atento da secção, enviou uma carta assinalando o erro e propondo uma demonstração da regularidade do octógono *EFGHIJKL* obtido por rotação de  $45^\circ$  do quadrado *ABCD* em torno do centro.

Querem os nossos leitores tentar encontrar também uma demonstração? Será publicada a demonstração mais elementar entretanto recebida.





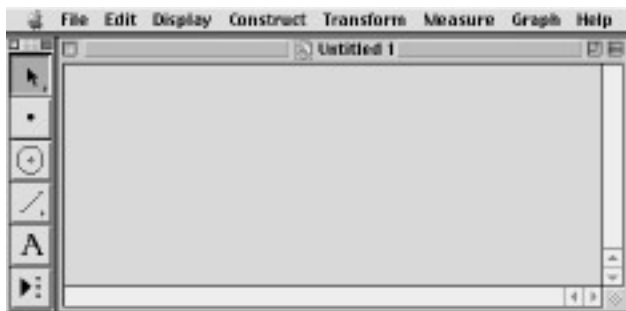
## The Geometer's Sketchpad (versão 4)

O Sketchpad (GSP) resultou do Visual Geometry Project, dirigido por Eugene Klotz e Doris Schattschneider. A primeira versão foi publicada em 1991 e a versão 4 em Outubro do ano passado. O Visual Geometry Project tinha por objectivo a renovação do ensino da geometria nos ensinos básico e secundário e desenvolveu-se em grande contacto com escolas. Assim, em consequência, o GSP é particularmente bem adaptado a estes níveis de escolaridade e aos cursos de preparação dos respectivos professores. Trata-se de um poderoso instrumento para a construção exacta e exploração de figuras, que podem ser manipuladas interactivamente mas que conservam sempre as relações matemáticas impostas na sua construção. Apresentaremos neste texto algumas das principais características do programa (na sua versão 4).

### Interface

Quando abrimos o programa e um novo sketch, este é o aspecto da janela de trabalho.

Para os utilizadores da versão 3, parece que nada mudou, o interface mantém-se (propositadamente) quase sem alte-

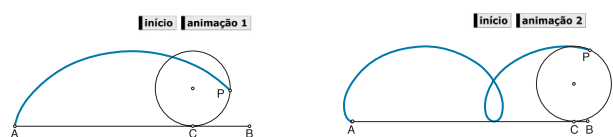


ração e na mesma intuitivo e simples. No entanto, por detrás desta simplicidade muitas novas capacidades foram acrescentadas às anteriores, já de si numerosas. No topo, além dos habituais *file*, *edit* e *help* de todos os programas modernos, temos *display* (grossura do traço, cor, animação, nomes dos objectos, *palette* do texto, etc.) *construct* (construções geométricas de rotina da geometria euclidiana), *transform* (transformações geométricas), *measure* (medidas: comprimentos, distâncias, áreas, perímetros, acesso à calculadora, etc.) e *graph* (gráficos de funções, coordenadas, etc.). No menu vertical à esquerda, além dos instrumentos básicos da geometria euclidiana – régua não graduada para segmentos, semirectas e rectas, e compasso euclidiano – temos a seta para selecção e para muitas outras coisas, a ferramenta dos pontos, a ferramenta de texto e ainda a disfarçada fábrica para construir, editar e utilizar os chamados *custom* ou *script tools*, talvez a característica mais poderosa do Sketchpad, mesmo em versões anteriores, e muito melhorada e ampliada na versão 4 (ver mais à frente em *script tools*).

Antes de passarmos a descrever algumas das mais importantes capacidades do programa, convém observar que, tal como em muitos programas modernos, os menus dependem do contexto, isto é, conforme os objectos seleccionados, assim certos itens dos menus aparecem ou não. Além disso, por meio do botão direito do rato (no Windows) ou de *Control+clic* (no Mac) obtemos um menu de utilidades.

### Animação

Todos os objectos geométricos ou parâmetros (usados por exemplo em funções) podem ser animados: os pontos independentes movem-se livremente no plano, os pontos sobre *paths* (isto é, segmentos, semirectas, rectas, eixos coordenados, circunferências, arcos de circ., fronteiras de polígonos e outras figuras, lugares geométricos, gráficos de funções), os parâmetros mudam de valor, e todos os outros objectos movem-se arrastando os objectos de que dependem (*parent objects*). É possível controlar de diversos modos o sentido e a velocidade da animação. No exemplo ao lado, animámos o ponto *C* sobre o segmento *AB* e o ponto *P* sobre a circunferência, no sentido dos ponteiros do relógio. E pedimos ao programa que traçasse a trajectória de *P*. A circunferência foi construída a partir do ponto de tangência *C* e é arrastada pelo movimento deste. Na animação 1, a velocidade do ponto *C* é igual à velocidade de *P* sobre a circunferência. Obtemos uma cicloide. Na animação 2, demos ao ponto *P* maior velocidade que ao ponto *C* (relação de 1.7 para 1.0). Os colegas que usavam a versão 3 podem apreciar, apenas por este exemplo, as novas possibilidades da animação.




### Documentos

Muitas vezes, ao trabalhar com o Sketchpad, não construímos apenas um *sketch*, mas um conjunto de *sketches* relacionados. Por exemplo, no exemplo da cicloide, podíamos estudar não apenas a cicloide mas todas as *roulettes* (figuras a rolar sobre outras figuras: obteríamos assim, além das cicloides, as epicicloides, as hipocicloides, e muitas outras). Podemos reunir um conjunto de *sketches* num *documento*, com diversas vantagens: temos acesso a qualquer *sketch* a partir de qualquer outro com um simples clic, os *script tools* (ver mais à frente) usados num *sketch* ficam disponíveis em todos os outros, os conjuntos de *sketches* de um documento gravam-se e abrem-se todos de uma vez. A partir das *document options*, no menu *file*, podemos gerir todos os *sketches* e *script tools* de um mesmo documento.

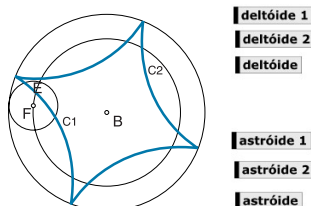


## Script tools

Os *script tools*, também chamados *custom tools*, são fundamentais na utilização do *Sketchpad* (ou de qualquer outro programa deste tipo). Trata-se de ferramentas feitas a partir das construções e transformações geométricas disponíveis (de raiz) no *Sketchpad* e que depois podem ser usadas exactamente como estas. A possibilidade de construir estas ferramentas “à medida” amplia de modo praticamente ilimitado as possibilidades do programa. Como se constrói uma destas ferramentas? Nada mais simples: quando estamos satisfeitos com uma construção – que nos pode ter levado horas a congernar e a executar – seleccionamos toda a construção (por exemplo com *select all*, no menu *edit*) vamos ao menu  dos *script tools* e teremos acessível o comando *create new tool*, que poderemos então seleccionar. Pronto, a nova ferramenta está criada. No ficheiro texto a que temos acesso, se quisermos (*show script view*, no mesmo menu), poderemos ver a descrição de tudo o que fizemos durante a construção – quais são os pontos de partida (os *given*) e quais são os passos da construção (os *steps*). E podemos (botão direito no Windows ou *control+clic* no MAC) aceder às propriedades de todos os objectos envolvidos e alterá-las. Para utilizar um *script tool*, basta seleccioná-lo no mesmo menu e clicar em pontos já existentes (ou construídos naquele momento por nós) correspondentes aos *given*: o programa reproduz então a nossa construção. Associadas aos *script tools* existem muitas opções que não podemos abordar aqui. Além disso, estão disponíveis conjuntos de *scripts* que permitem utilizar o *Sketchpad* na exploração de geometrias não euclidianas, dos números complexos, etc., etc. Recomendamos aos utilizadores da versão 3 que, na transição para a versão 4, dediquem atenção aos *script tools*, dadas as melhorias e ampliações ocorridas neste aspecto.

## Botões (action buttons)

Existe uma grande variedade de opções na criação de botões para a realização automática de certas acções. Existem botões para esconder e mostrar objectos (*hide/show*), para lançar animações (*animation*), para mover objectos (*movement*), para utilizar em apresentações (*presentation*), para accionar *links* (*link*) e para *scroll*. Os *action buttons* são acessíveis a partir do menu *edit*. No *sketch* seguinte a sequência de botões **astróide 1** (que é um *hide/show* de  $F$ ,  $E$ ,  $c_1$  e  $c_2$ ) e **astróide 2** (que anima  $E$  sobre  $c_1$  e  $F$  sobre  $c_2$ ) pode ser substituída pelo botão de apresentação **astróide** (o mesmo para a deltóide). A possibilidade de combinar botões para fazer apresentações de todos os tipos foi resolvida completamente nesta versão, conforme era desejo de muitos de nós.



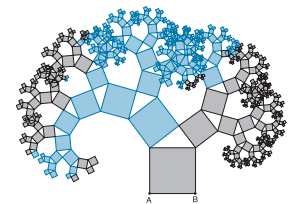
## Funções e gráficos

Os colegas que gostam de utilizar as capacidades do *Sketchpad* no traçado de funções e na geometria analítica em geral terão boas surpresas quando passarem para a versão 4. As possibilidades existentes na versão 3 foram melhoradas e muito ampliadas. Pode usar-se mais do que um sistema de coordenadas, estes não são obrigatoriamente monométricos, a escrita matemática e a introdução de parâmetros (que depois podemos animar/variá-los) são fáceis, podemos derivar funções, etc.

## Outras características

Por falta de espaço, referirei brevemente outras novidades (ou não) da versão 4:

**Cores.** Temos acesso a uma *palette* completa de cores (CMYK, RGB, etc.). A utilização de cores definidas por um parâmetro e do novo comando de iteração (*iterate*) permite construir fractais como esta “árvore pitagórica” e estudar visualmente sistemas dinâmicos, e análise complexa, por exemplo.



**WEB.** O *JavaSketchpad*, um programa que converte *sketches* em *applets* Java, está agora integrado no GSP. Basta gravar (*save as*) como HTML. É possível criar botões (*links*) para endereços *url*.

**Texto.** A edição de texto foi muito melhorada e existe agora uma *palette* que inclui símbolos matemáticos, em particular para as notações da geometria.

**Fundo.** É possível colorir o fundo (*background*) dos *sketches*. É possível também importar figuras para o fundo que não sejam seleccionáveis com a seta.

**Impressão e exportação de imagens.** Estes aspectos foram muito melhorados na versão 4. Imagens *bitmap* (Windows) ou *PICT* (Mac) podem ser obtidas por captura do ecrã e *EMF* (*enhanced metafile*; Windows) ou *PICT* (Mac) com *copy e paste*. Ou ainda ficheiros *postscript* ou *encapsulated postscript* usando o *print to file* com um *postscript driver*.

## Recursos

- <http://www.keypress.com/sketchpad/index.html>  
Site oficial do GSP, com muitos *links*
- <http://www.mathforum.org/dynamic/>  
Páginas do MathForum sobre geometria dinâmica
- Actas e arquivos dos ProfMats (sede da APM)  
Encontrará nestes arquivos muitas dezenas de sessões dedicadas ao *Sketchpad* e inúmeras propostas de actividades.

Eduardo Veloso  
eduardoveloso@netcab.pt